International Journal of Industrial Organization, 1991, 9(1), pp. 43-53. 2007.07.26

Notes on

"Mixed Oligopoly with Differentiated Products"

by Helmuth Cremer, Maurice Marchand, and Jacques-Francois Thisse

研究動機:

本文探討在產品差異化市場中 (水平差異), 存在一家或多家公營廠商, 對均衡的產品差異化程度, 以及福利的影響 (及其和廠商家數的關係) 。

文獻:

1. 探討同質產品
   (1) Beato and Mas-Colell (1984)
   (2) Bös (1986)
   (3) Cremer et al. (1989)
   (4) De Fraja and Delbono (1989)
2. 探討異質產品、私營廠商
   (1) Eaton and Lipsey (1989)
   (2) Gabszewicz and Thisse (1986)

模型設定:

(a) n 家廠商, 其中 m 家為公營廠商。

(b) CRS 生產技術, 且每家廠商技術相同 (設邊際成本為 0) 。

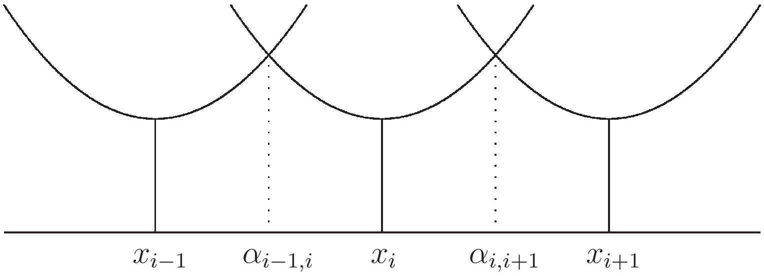
(c) 二階段賽局:location-price game

(d) 運輸成本為二次式: $TC(y) = (y - x_i)^2$

(e) 出廠定價 (mill pricing) : p_i

(f) 廠商位於線性市場 [0, 1] 之間,
設 $\mathbf{x} = (x_1, ..., x_i, ..., x_n)$ 為 location vector
設 $\mathbf{p} = (p_1, ..., p_i, ..., p_n)$ 為 price vector

定義 $\alpha_{i,i+1}$ $(i = 1, 2, ..., n-1)$ 爲消費者向第 i 家及第 $i+1$ 家購買商品價格無差異的位置, 圖示如下:



則

$$p_i + (\alpha_{i,i+1} - x_i)^2 = p_{i+1} + (\alpha_{i,i+1} - x_{i+1})^2 \tag{1}$$

$$\Longrightarrow \quad \alpha_{i,i+1} = \frac{p_{i+1} - p_i}{2(x_{i+1} - x_i)} + \frac{x_{i+1} + x_i}{2} \tag{2}$$

均衡時,

$$0 \leq \alpha_{i,i+1} \leq \alpha_{i+1,i+2} \leq 1 \quad , \quad i = 1, ..., n-2 \tag{3}$$

$$\alpha_{0,1} = 0 \quad , \quad \alpha_{n,n+1} = 1$$

則廠商 i 的需求:

$$D_i\,(\mathbf{p};\,\mathbf{x}) = \alpha_{i,i+1} - \alpha_{i-1,i} \tag{4}$$

私營廠商的目標爲利潤極大:

$$\max\,\Pi_i\,(\mathbf{p};\,\mathbf{x}) = p_i\,(\alpha_{i,i+1} - \alpha_{i-1,i}) \tag{5}$$

公營廠商的目標爲社會福利最大:

$$\max\,S\,(\mathbf{p};\,\mathbf{x}) = -\sum_{i=1}^{n} \int_{\alpha_{i-1,i}}^{\alpha_{i,i+1}} (y - x_i)^2\,dy \tag{6}$$

接下來求解。首先, 利用 backward-induction method , 解第二階段均衡:

私營廠商:

$$\text{廠商 } 1: \frac{\partial \Pi_1}{\partial p_1} = 0 \implies \widetilde{p_1} = \frac{p_2}{2} + \frac{x_2^2 - x_1^2}{2} \tag{7a}$$

$$\begin{aligned} \text{廠商 } 2 \sim n-1: \frac{\partial \Pi_i}{\partial p_i} = 0 \implies \widetilde{p_i} &= \frac{p_{i+1}}{2} \cdot \frac{x_i - x_{i-1}}{x_{i+1} - x_{i-1}} + \frac{p_{i-1}}{2} \cdot \frac{x_{i+1} - x_i}{x_{i+1} - x_{i-1}} \\ &+ \frac{(x_{i+1} - x_i)(x_i - x_{i-1})}{2} \end{aligned} \tag{7b}$$

$$\text{廠商 } n: \frac{\partial \Pi_n}{\partial p_n} = 0 \implies \widetilde{p_n} = \frac{p_{i-1}}{2} + (x_i - x_{i-1}) - \frac{x_i^2 - x_{i-1}^2}{2} \tag{7c}$$

公營廠商:

$$\begin{aligned} &\text{廠商 } 1: \frac{\partial S}{\partial p_1} = 0 \\ &\quad \text{相當於} \implies \min_{p_1} \int_0^{\alpha_{1,2}} (y - x_1)^2 \, dy + \int_{\alpha_{1,2}}^{\alpha_{2,3}} (y - x_2)^2 \, dy \end{aligned}$$

FOC : Diff. w.r.t. p_1

$$\begin{aligned} &\implies \quad (\alpha_{1,2} - x_1)^2 \frac{\partial \alpha_{1,2}}{\partial p_1} - (\alpha_{1,2} - x_2)^2 \frac{\partial \alpha_{1,2}}{\partial p_1} = 0 \\ \text{因式分解} &\implies \quad \frac{\partial \alpha_{1,2}}{\partial p_1} [(2\alpha_{1,2} - x_1 - x_2)(x_2 - x_1)] = 0 \\ \text{(1) 式代入} &\implies \quad (p_2 - p_1) \frac{\partial \alpha_{1,2}}{\partial p_1} = 0 \\ &\because \quad \text{由 (2) 式知 } \frac{\partial \alpha_{1,2}}{\partial p_1} \neq 0 \\ &\therefore \quad \widetilde{p_1} = p_2 \end{aligned} \tag{8a}$$

[直覺] 若 $p_1 = p_2$, 則 $\alpha_{1,2} = \frac{x_1 + x_2}{2}$, 廠商 1 及廠商 2 均分 $[x_1, x_2]$ 市場, 此舉會使總運輸成本最小。

廠商 n : 同理,

$$\widetilde{p_n} = p_{n-1} \tag{8b}$$

廠商 $2 \sim n-1$: 計算方式與廠商 1 相同, 經計算可得

$$\widetilde{p_i} = \frac{x_{i+1} - x_i}{x_{i+1} - x_{i-1}} p_{i-1} + \frac{x_i - x_{i-1}}{x_{i+1} - x_{i-1}} p_{i+1} \tag{8c}$$

(a) 若 $p_{i+1} = p_{i-1}$, 則 $\widetilde{p_i} = p_{i-1} = p_{i+1}$ 。

(b) 若 $p_{i+1} \neq p_{i-1}$, 則 $\widetilde{p_i}$ 爲 p_{i-1} 和 p_{i+1} 的加權平均。

接著, 求解廠商最適區位, 並探討公營廠商的最適數量。

(1) $n = 2$:

(a) $m = 0 \Longrightarrow (x_1^*, x_2^*) = (0, 1)$ (d'Aspremont et al.(1979))

(b) $m = 1 \Longrightarrow$

假設廠商 1 爲公營, 廠商 2 爲私營, 則 p_1 , p_2 的反應函數:

$$\widetilde{p_1} = p_2$$
$$\widetilde{p_2} = \frac{p_1}{2} + (x_2 - x_1) - \frac{x_2^2 - x_1^2}{2}$$

聯立求解, 得 Nash 均衡解:

$$p_1^*(x_1, x_2) = p_2^*(x_1, x_2) = 2(x_2 - x_1) - (x_2^2 - x_1^2) \tag{9}$$
$$\alpha_{1,2}^* = \frac{1}{2}(x_1 + x_2)$$

故廠商 2 的利潤函數:

$$\begin{aligned} \Pi_2^*(x_1, x_2) &= p_2^*(x_1, x_2)\left[1 - \alpha_{1,2}^*\right] \\ &= \frac{1}{2}(x_2 - x_1)(2 - x_1 - x_2)^2 \end{aligned}$$
$$\text{FOC} : \frac{\partial \Pi_2^*}{\partial x_2} = 0 \implies (2 - x_1 - x_2)(2 - 3x_2 + x_1) = 0$$
$$\because \quad 2 - x_1 - x_2 = 0 \implies x_1 + x_2 = 2 \quad \text{不成立}$$
$$\therefore \quad 2 - 3x_2 + x_1 = 0$$
$$\Longrightarrow \quad \widetilde{x_2} = \frac{2}{3} + \frac{1}{3}x_1 \tag{10}$$

而廠商 1 的目標函數:

$$S^*(x_1, x_2) = -\int_0^{\alpha_{1,2}^*} (y - x_1)^2\, dy - \int_{\alpha_{1,2}^*}^1 (y - x_2)^2\, dy$$
$$\text{FOC} : \frac{\partial S^*}{\partial x_1} = 0 \implies \widetilde{x_1} = \frac{x_2}{3} \tag{11}$$
$$\text{由 (10) 、(11) 式可得} \quad (x_1^*, x_2^*) = \left(\frac{1}{4}, \frac{3}{4}\right)$$

由上可知, 二家廠商若其中一家爲公營, 則廠商的區位選擇將較二家皆爲私營來的有效率, 意即社會福利較高。

(2) $n = 3$:

在此採用數值分析, 有下列發現:

(a) 若三家廠商皆爲私營, 則廠商均衡區位 (1/8, 1/2, 7/8) 較最適區位 (1/6, 1/2, 5/6) 分散, 且均衡價格亦不相同 $(p_2^* < p_1^* = p_3^*)$, 而產生無效率的情形。

(b) 若只有一家公營廠商, 則其位在中間是社會最適配置。

(c) 若只有一家公營廠商, 不論其位置爲何, 社會福利皆較三家廠商皆爲民營者爲低, 且其餘的民營廠商, 利潤均較三家廠商皆爲民營者爲高。

(3) $n = 4$ & $n = 5$:

若只有一家公營廠商, 其均衡區位還是較皆爲民營廠商的情形來的無效率。

(4) 若只有一家公營廠商, 且其在恰當的位置, 則社會福利會提高。

結論:

1. 當廠商家數 $n = 2$, 或 $n \geq 6$ 時, 存在一家公營廠商時, 會使社會福利上升; 這有點違反經濟直覺, 一般也許會預期: 當廠商家數小時, 存在公營廠商較能使福利上升。
2. 私營廠商有可能因爲市場存在公營廠商而利潤上升。

導　讀: 孫嘉宏
單　位: 國立成功大學經濟學系
筆　記: 鄭芫昌
排　版: 廖翰民
檔案名稱: mixed_oligopoly_differentiated_products_(Cremer_Marchand_Thisse1991)_20070726.ctx
完稿日期: 2007.07.26