Econometrica, 1979, 47(5), p.1145-1150.

賴孚權翻譯
2015.09.07

"On Hotelling's "Stability in Competition" "

by C. d'Aspremont, J. Jaskold Gabszewicz and J.-F. Thisse

本短文的目的是要證明, 基於 Hotelling 1929 年著名的論文 "Stabilitity in Competition" 所謂的最小差異化原則是無效的。

本短文的目的是要證明, 基於 Hotelling 1929 年著名的論文 "Stabilitity in Competition" 所謂的最小差異化原則是無效的。首先, 我們確認, 相反於 Hotelling 在他的模型中所宣稱的結果, 對於兩個賣家向中間聚集的傾向無可說明 (nothing can be said)。其原因是當兩個賣家相距不夠遠時, 不存在均衡價格解。其次, 我們考慮一個略做修改的 Hotelling 的例子, 其中每一地點均存在一個價格均衡解。然而, 對於這個版本, 我們證明兩個賣家有極大化他們彼此差異的傾向。這個例子因而構成了一個 Hotelling 結論的反例。

我們將首先回顧 Hotelling 的模型和符號。在一條長度為 l 的線段上, 有兩個賣家 A 和 B 販賣同質性產品, 生產成本為零, 分別坐落在距離 (兩) 端點 a 和 b 的位置 ($a+b \leq l$; $a \geq 0$; $b \geq 0$)。消費者均勻分佈在線上, 並且每個消費者每單位時間內正好消費一單位這種商品, 而不論它的價格。由於該產品是同質的, 消費者會向提出最低運送價格 (即出廠價格加上運輸成本) 的賣家購買, 其中運輸成本被假設成是距離的線性關係。令 p_1 和 p_2 分別表示 A 和 B 的出廠價格, 假設 c 為運輸費率。

上述情況引出一個兩人賽局, 玩家為 A 和 B, 策略 $p_1 \in S_1 \underset{\mathrm{def}}{=} [0,\infty[$ 和 $p_2 \in S_2 = S_1$, 以及報酬函數由下列利潤函數所給定:

$$
\begin{aligned}
\pi_1(p_1,p_2) &= ap_1 + \frac{1}{2}(l-a-b)p_1 + \frac{1}{2c}p_1p_2 - \frac{1}{2c}p_1^2, \quad \text{if } |p_1-p_2| \leq c(l-a-b);\\
&= lp_1, \quad \text{if } p_1 < p_2 - c(l-a-b);\\
&= 0, \quad \text{if } p_1 > p_2 + c(l-a-b);\\
\pi_2(p_1,p_2) &= bp_2 + \frac{1}{2}(l-a-b)p_2 + \frac{1}{2c}p_1p_2 - \frac{1}{2c}p_2^2, \quad \text{if } |p_1-p_2| \leq c(l-a-b);\\
&= lp_2, \quad \text{if } p_2 < p_1 - c(l-a-b);\\
&= 0, \quad \text{if } p_2 > p_1 + c(l-a-b).
\end{aligned}
$$

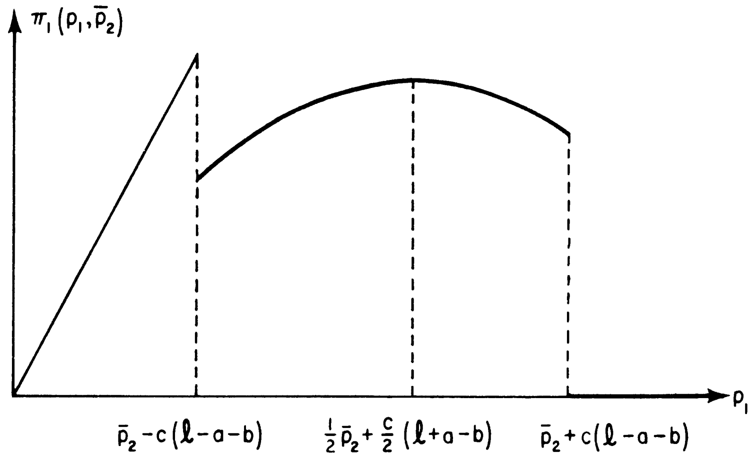

圖 1:

對於一個固定值 $\bar{p}_2$, 賣家 A 的利潤函數如圖 1 中所示:

顯然, 這些利潤函數的具體特徵是在價格線上出現二個不連續之處, 而這兩處正是整群買家對兩個賣家無差異之處。

當玩家 A 對於給定的 p_2 在整個 S_1 上極大化 $\pi_1(\cdot, p_2)$, 則玩家 A 的一個策略 p_1 對玩家 B 的一個策略 p_2 是一個最適反應。對於玩家 B 也相似。一個 Nash-Cournot 均衡點是一組 (p_1^*, p_2^*), 使得 p_1^* 是 p_2^* 的最適反應, 且反之亦然。

在下列命題中我們將處理對每一個區位 a 和b, 上述均衡的存在性問題。更明確地說, 我們將導出對於上述均衡存在於 a 和 b 上的必要和充分條件, 且同時計算所有的均衡點。

Proposition 1. 對於 $a+b=l$, 唯一的均衡點是由 $p_1^* = p_2^* = 0$ 所決定。對於 $a+b<l$, 存在一個均衡點, 若且為若

$$\left(l + \frac{a-b}{3}\right)^2 \geq \frac{4}{3} l(a+2b), \tag{1}$$

$$\left(l + \frac{b-a}{3}\right)^2 \geq \frac{4}{3} l(b+2a), \tag{2}$$

並且, 當它存在時, 一個均衡點是唯一地決定於

$$p_1^* = c\left(l + \frac{a-b}{3}\right), \tag{3}$$

$$p_2^* = c\left(l - \frac{a-b}{3}\right). \tag{4}$$

Proof 1. $a+b=l$ 的情況是立即可得的。然後兩位賣家位在同一點, 且如同 Bertrand, 永遠存在一個均衡唯一地由 $p_1^* = p_2^* = 0$ 所決定。所以假設 $a+b<l$。我們將開始證明任何均衡必須滿足 $|p_1^* - p_2^*| < c(l-a-b)$ 的條件。

首先假設相反的情況, (p_1^*, p_2^*) 是一個均衡但 $|p_1^* - p_2^*| > c(l-a-b)$。然後, 其中一位賣家, 此人定一個嚴格地較大的 (且因此為正的) 價格, 得到一個空的利潤, 且因此可能藉由定一個等同於對手的運送價格的正的價格而獲益。但這違反 (p_1^*, p_2^*) 是一個均衡的事實。假設現在 $|p_1^* - p_2^*| = c(l-a-b)$, 例如, $p_2^* - p_1^* = c(l-a-b)$。若 $p_1^* = 0$, 則 A 的利潤是零且因此他將因為定一個正的價格且低於 $p_2^* + c(l-a-b)$ 而獲利。若 $p_1^* > 0$, 二種情況可能會出現。或是 A 得到全部市場且因此 B, 他定一個正的價格, 可以藉由降低其價格而增加他的利潤。或是 A 只得到一部分的市場, 即 $q_1 < l$, 然後且充分的對 A 而言定一個稍低一點的價格來獲得整個市場且創造一個更大的利潤: 事實上對 $0 < \varepsilon < (l-q_1)p_1^*/l$ 我們有 $\pi_1(p_1^* - \varepsilon, p_2^*) = l(p_1^* - \varepsilon) > q_1 p_1^* = \pi_1(p_1^*, p_2^*)$。在任何一種情況, 我們永遠得到一個矛盾。據此, 任何均衡 (p_1^*, p_2^*) 必須滿足 $|p_1^* - p_2^*| < c(l-a-b)$ 的條件。

這個條件的一個後續結果是, 對於任何均衡 (p_1^*, p_2^*), p_1^* 必須在一個開區間 $]p_2^* - c(l-a-b), p_2^* + c(l-a-b)[$ 極大化 $ap_1 + \frac{1}{2}(l-a-b)p_1 + (1/2)p_2^* p_1 - (1/2c)p_1^2$, 且對 p_2^* 也相似。透過一階條件, 我們得到 (3) 和 (4)。因此, 我們現在將驗證由 (3) 和 (4) 所給定的這組價格確實是一個均衡。回想為了成為一個均衡策略 p_1^* 必須極大化 $\pi_1(p_1, p_2^*)$, 不只是在上述的區間, 且須在整個定義域 S_1, 且對 p_2^* 也相似。讓我們來看看這只有在可能區位的一個受限集合中才能是真的。事實上, 給定 a 和 b, 對於 p_2^* [譯註: 應為 p_1^*] 成為一個均衡策略相對於 p_2^*, 特定地, 我們必須有對任何 $\varepsilon > 0$,

$$\pi_1(p_1^*, p_2^*) = \frac{c}{2}\left[l + \frac{a-b}{3}\right]^2 \geq l[p_2^* - c(l-a-b) - \varepsilon]. \tag{*}$$

不等式的右手邊是 A 的利潤, 必須是他定出一個運送價格略小於 p_2^*。但條件 (*) 可被改寫為 (1)。由相似性, 我們得到條件 (2)。為了證明條件 (1) 和 (2) 對於 (p_1^*, p_2^*) 成為一個均衡同樣是充分的, 它只剩下去核對他們隱含 $|p_1^* - p_2^*| < c(l-a-b)$。這完成了我們命題的證明。

注意在過程中, 如果我們僅考慮在中間的對稱區位 $(a = b)$, 則必要和充分條件 (1) 和 (2) 縮減為 $a = b \leq l/4$。換言之, 兩個雙占廠商必定位在四分位之外來獲得價格上的一個 Cournot 均衡。

若條件 (1) 和 (2) 是嚴格地被驗證, 則如同 Hotelling 所注意到, 同時 $\partial\pi(p_1^*, p_2^*)/\partial a$ 以及 $\partial\pi_2(p_1^*, p_2^*)/\partial b$ 是嚴格為正, 這隱含兩個賣家會朝向中央的趨勢。但前面命題的一個主要的後果是, 只要是 Cournot 均衡被當成是市場解, 當條件 (1) 和 (2) 被違反時, 此解無可說明 (nothing can be said)。Hotelling 在導出他模型的意涵時, 特別是兩個賣家聚集在市場的中央的趨勢, 似乎未察覺這個困難。[1] 事實上, 必須當條件 (1) 和 (2) 被違反時, 即必須當

[1] 在 Hotelling 的文章之註腳 8, 他強調對一些 a 和 b 的值, 由 (3) 和 (4) 所定義的價格不能是一個均衡,

廠商位在相對地彼此靠近的位置, Cournot 均衡不再被當成參考點, 因為它不再存在。[2]

在得到這個負面的結果之後, 似乎很自然地去做盡量符合 Hotelling 原始本意, 但卻避免上述展示的困難之例子。[3] 對這個另案的例子, 若最少差異化原則可以被恢復, 則 Hotelling 論點的缺點將是無害的。不幸地, 這個原則經由下面的重新驗證, 證明是無效的。

一個 Hotelling 範例的輕微修改的版本是對任何區位組合 (a, b) 均存在一個價格均衡解, 為了取代其中線性的運輸成本, 我們假設這些成本對距離是二次式的, 亦即對任何一個距離 x, 運輸成本是由 cx^2 所給定。在此假設下, 一個簡單的計算可以導出下列對需求及利潤函數的式子:

$$
\begin{aligned}
q_1(p_1, p_2) &= a + \frac{p_2 - p_1}{2c(l-a-b)} + \frac{l-a-b}{2}, \\
&\qquad\qquad \text{if } 0 \le a + \frac{p_2 - p_1}{2c(l-a-b)} + \frac{l-a-b}{2} \le l; \\
&= l, \quad \text{if } a + \frac{p_2 - p_1}{2c(l-a-b)} + \frac{l-a-b}{2} > l; \\
&= 0, \quad \text{if } a + \frac{p_2 - p_1}{2c(l-a-b)} + \frac{l-a-b}{2} < 0; \\
q_2(p_1, p_2) &= b + \frac{p_1 - p_2}{2c(l-a-b)} + \frac{l-a-b}{2}, \\
&\qquad\qquad \text{if } 0 \le b + \frac{p_1 - p_2}{2c(l-a-b)} + \frac{l-a-b}{2} \le l; \\
&= l, \quad \text{if } b + \frac{p_1 - p_2}{2c(l-a-b)} + \frac{l-a-b}{2} > l; \\
&= 0, \quad \text{if } b + \frac{p_1 - p_2}{2c(l-a-b)} + \frac{l-a-b}{2} < 0;
\end{aligned}
$$

$\pi_1(p_1, p_2) = p_1 \cdot q_1(p_1, p_2)$ 以及 $\pi_2(p_1, p_2) = p_2 \cdot q_2(p_1, p_2)$。這些利潤函數保證一個價格均衡的存在, 無論 a 和 b 的區位是在何處。事實上, 可以很容易核對這組價格組合 (p_1^*, p_2^*) 是

但他提出其他的價格組合為均衡。但由我們的命題, 我們知道這些價格不是均衡。似乎 Hotelling 忽略考慮一個店家對其他店家的運送價格做殺價的可能, 且他會吸引全部市場。這些策略在當兩家賣家是區位接近時是特別地有利。

[2]在此我們只考慮價格策略的均衡。然而, 若每一位賣家的策略是一個價格區位組合 (必須被同時選取), 則再一次沒有 Nash 均衡存在。

[3]這個範例對於 Hotelling 文章中的註腳 9 的說明是特別有解說性。

由

$$p_1^* = c(l-a-b)\left(l+\frac{a-b}{3}\right), \tag{5}$$
$$p_2^* = c(l-a-b)\left(l+\frac{b-a}{3}\right), \tag{6}$$

所定義的, 對於固定的 a 和 b, (5) 和 (6) 是唯一的 Nash-Cournot 均衡點, 且對任何區位參數無須任何條件均為真。然而我們驗證了, 若我們將這些均衡價格代入二個賣家的利潤函數, 則 $\partial\pi(p_1^*, p_2^*)/\partial a$ 和 $\partial\pi(p_1^*, p_2^*)/\partial b$ 均為負! 後續地, 在任何給定的區位組合, 每個賣家藉由盡可能移到離對手最遠的位置而獲得優勢。[4]

上述的例子, 遠離確認最小差異化原則, 建議了這個原則不能建立在空間競爭之上。明確地, 許多從 Hotelling 貢獻所導出的評論在將它們視為理所當然之前必須被仔細重新檢驗。然而, 本短文的結果不應被考慮成太過負面。事實上, 雖然 Hotelling 的例子建議相反的結論, 人們必定會直覺地預期產品差異化必須是寡占競爭中的一個重要組成。似乎很清楚, 寡占廠商若藉由將市場分割成許多子市場, 使得某種獨占的程度將會在每一個子市場重現, 則這些寡占廠商必將獲得一個優勢。[5] 但是這個重要的議題是將需要更多的想像。

譯　　者: 賴孚權
單　　位: 中央研究院人文社會科學研究中心研究員
打　　字: 張本華
檔案名稱: dAspremont_Gabszewicz_Thisse_1979_Econometrica_inChinese_2015-0907.ctx
完稿日期: September 8, 2015

[4]用其他術語, 對於策略是區位且報酬函數是 $\pi_1(p_1^*(a,b), p_2^*(a,b))$ 和 $\pi_2(p_1^*(a,b), p_2^*(a,b))$ 的賽局而言 – 可以被當成一個依序賽局, 其中第一期是區位, 第二期是價格的選擇 – 均衡的區位是兩個極端。如同一位審查人向我們提出, Hay (1976) 以及 Prescott and Visscher (1977) 使用相似的依序方法。特別地, Prescott and Visscher (1977) 由數值分析方法在一個修正過的 Hotelling 模型分析存在性的問題, 且發現均衡區位"過度分離"。然而我們必須強調需求函數的不連續性被消除時, 存在性並未被恢復, 例如, 藉由引入嚴格凸性 (convex) 運輸成本。我們事實上已經做出一個範例, 其中後者的假設以及不擁有任何均衡價格。

[5]一個有關此種利益的範例可參見 Jaskold Gabszewicz and Thisse (1979) 和 Salop (1977)。