

## “Spatial Competition with Heterogeneous Firms”

by Jonathan Vogel

### I. Introduction

當經濟學家一般化地分析價格策略和廠商行為時，產品特徵典型地會被外生給定。但廠商在有產品差異化的產業中，實際上會選擇他們產品的特徵。假設他們不會做的假設會產生內生性的偏誤。

做為一個例子，考慮估計一個反事實的關稅增加，對國內利潤的衝擊。一個標準的計量模型，使用市場份額，產品特徵及價格的資料來估計需求系統及生產者的邊際成本。在估計關稅效果時，一位計量經濟學家必須假設產品特徵不變，即使是面對進口者的邊際成本會增加的情況。雖然，一般都瞭解到廠商可能改變其產品特徵來因應經濟環境的改變，沒有模型預測產品特徵會如何改變。本文解決這樣的模型，本模型指出，標準方法低估了貿易政策對國內利潤的效果。特別地，本文建議更高的關稅誘導進口商改變他們的特徵來使他們和國內生產者的競爭較不直接。

這只是眾多產業組織問題當中的一個例子。本文開發且解出一個標準的空間競爭模型來面對這些議題。我考慮一個完全訊息的二階段賽局，有一群消費者均勻地散布在空間中，空間是由一個單位圓所代表。每一個消費者無彈性地需要一單位的產品，且向收取最低區位調整價格（廠商收取的價格加上由消費者負擔從廠商所在地到消費者所在地的運輸成本）的廠商購買。廠商是異質的，在於他們生產的邊際成本是不相同的。在第一階段，異質廠商的一個集合的每個廠商同時選擇區位。在第二階段，廠商同時設定他們的價格。

本文和一些理論的空間競爭文獻是有關連的，他們在刻劃內生的價格與區位均衡時，遭遇到技術性的困難。本文解決一個這樣的問題。在這樣的賽局中，一個求解子賽局完美均衡 (SPNE) 的典型方法包含給定任意區位來求解均衡價格。然而，d'Aspremont et al. (1979) 證明在線性運輸成本下，當兩廠商區位（外生）太過靠近時，不存在純粹策略的價格均衡。其基本問題是利潤不是全域準凹性的。一個自然的方式是考慮混合策略均衡。不幸地，這個策略已被證明是棘手的 (Osborne and Pitchik, 1987)。在本文中，我在一個具有一些方便性質的輔助賽局中求解出一個均衡；特別地，給定任意的區位存在一個純粹策略的價格均衡。在廠商

的邊際成本足夠相似的限制下，我驗證了在這輔助賽局的均衡同時也是實際賽局的一個均衡：在輔助賽局的利潤對實際賽局的期望利潤提供一個上界，以及在輔助賽局及實際賽局中的利潤沿著均衡路徑是相等的。關鍵的直覺是，一旦我可以用輔助賽局中的利潤來限制實際賽局中的預期利潤，我便可避開在任一個子賽局中求解混合策略均衡的必要性。利用這樣的技術，我證明兩個主要結果。

第一，在一個市場中，較具生產力的廠商，在其他情況不變下，會更為孤立。因此，一個非常有生產力的廠商的競爭者會賣一些與高生產力廠商的產品替代性相對較差的產品，這對應到更具生產力廠商面對較沒有彈性的剩餘需求曲線。這個結果提供新的直覺到連結生產力差異和利潤差異的機制。在一個市場之內，更具生產力的廠商有較大的市場份額有二種理由。第一，他們定較低的價格，這是一個標準的結果。第二，相對有生產力廠商的直接競爭者提供消費者相對較差的替代品，這是一個創新的結果，在於提供為何高生產力廠商定較高的加成的。一個新的理由：他們運作較大的市場力量，因為消費者發現更難用競爭者的產品來代替高生產力廠商的產品。

我同時證明，若廠商負擔正的運輸成本，所有相關的廠商特徵 – 價格，市場份額，和利潤 – 在任何嚴格 SPNE (下面有定義) 是唯一地被決定。對任何廠商，這些結果的每一項是廠商自己的邊際成本，在市場中所有廠商的平均邊際成本，以及在市場中的廠商家數的一個決定性函數。在均衡時，一個廠商的價格，市場份額和利潤，在控制市場的平均邊際成本下，獨立於其鄰居的邊際成本。

第二個結果隱含，當重新移動區位無成本之下，一個廠商邊際成本的降低對第二家廠商利潤的衝擊是獨立於究竟有多少家廠商是介在這兩個競爭者之間。做出好的政策診斷通常決定於了解競爭是局部的還是全域的。在前種情況，一個產品只有和他直接的鄰居競爭。在後一種情況，一個產品直接和在市場中的所有其他產品競爭。我的結果建議，當考慮在價格設定的局部競爭時的政策意涵必須很小心。對於廠商可以輕易地改變他們的區位，或是他們的產品特徵，在價格設定的局部競爭，和區位及價格賽局的全域競爭是相一致的。

本文下面分為四節。第 II 節提供模型的設定。第 III 節展現 SPNE 的一個集合，畫出證明的結構，提供在簡單精煉下，這是嚴格 SPNE 的唯一集合，並討論比較靜態結果的實證測試。第 IV 節，一般化本模型來包含垂直和水平差異化。第 V 節，是結論。

## II. Set up

- 消費者

市場由一個單位圓形所代表，市場上的區位以  $z \in [0, 1)$  來表示，有一群消費者  $L$  平均分布在此圓形之圓周之上。每一位消費者或是買一單位產品或完全不買，一位在  $z$  點的消費者從廠商  $i$  買一單位產品產生效用

$$u(z, i) = v - p_i - t \times D(z, i),$$

其中  $v$  是產品的共同評價， $p_i$  是廠商  $i$  所收取的價格， $D(z, i)$  是介在  $z$  和廠商  $i$  之間最短的弧長， $t > 0$  是每單位距離的運輸成本。消費者  $z$  若消費  $i$  的產品產生一個效用成本  $t \cdot D(z, i)$ ，此成本被稱為購物成本 (shopping cost)。購物成本有二種解釋，在同質財貨的市場，且差別僅是廠商的地理區位不同，購物成本代表或是消費者從廠商處搬運物品回家的成本，或是來去廠商處的旅行成本。在差異化產品市場，購物成本代表消費者購買與其理想產品有所差異所導致的效用損失。根據這樣偏好，若一個消費者購買一單位的產品，她會向最低區位調整價格的廠商購買。一個消費者沒有購買任何貨物獲得零效用，消費者  $z$ ，在一個有限生產者集合的市場， $N$ ，從廠商  $i \in N$  購買一個產品，只有當

$$i \in \arg \min_{j \in N} \{p_j + t \cdot D(z, j)\} \quad \text{and} \quad p_i + t \cdot D(z, i) \leq v. \quad (1)$$

當兩個廠商的產品對某一消費者是無差異時，消費者會向區位較近者購買。我們假設評價  $v$  夠高，給定模型的其他參數，所有消費者在均衡時都會買一單位產品。圖 1 以圖

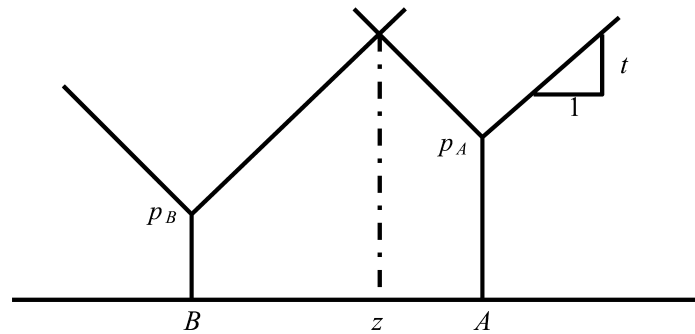


圖 1: Location-adjusted prices and the indifferent consumer

形代表區位調整價格。在圖 1，水平線是圓形的周長，垂直線的高度是廠商的價格， $p_A$  和  $p_B$ ； $A$  和  $B$  代表廠商的區位，消費者  $z$  對於向哪一家購買均無差異，所有在廠商  $B$  和  $z$  之間的消費者嚴格地偏好向  $B$  而不是  $A$  購買。所有在  $z$  和廠商  $A$  之間的消費者嚴格地偏好向  $A$  而不是  $B$  購買。

- 廠商

廠商數目  $n \geq 2$ , 每一個廠商  $i$  有一個固定的邊際生產成本  $k_i \geq 0$ , 且  $\bar{k}$  代表在市場上所有廠商的平均邊際成本。此外, 每一個廠商有一個變動的運貨成本  $2\tau D(z, i)$  來將一個貨品搬到消費者所在地  $z$ , 其中  $\tau \in [0, t)$ 。廠商  $i$  生產及供應在  $z$  的消費者的成本給定為 [譯註: 這是傳統 Hotelling 模型所沒有的假設]

$$k_i + 2\tau D(z, i).$$

- 賽局

有  $n \geq 2$  的廠商在完全訊息下進行二階段賽局。在第一階段, 區位賽局, 所有廠商同時在圓周上選擇他們的區位  $z_i \in [0, 1)$ , 其中  $\mathbf{z} \equiv (z_0, \dots, z_{n-1})$ 。在第二階段, 價格賽局, 廠商觀察到區位並同時選擇他們的價格  $p_i \in [0, \infty]$ , 其中  $\mathbf{p} \equiv (p_0, \dots, p_{n-1})$ 。一個純粹 [價格] 策略是一個區位的選擇和從區位  $z$  投射到價格一個映射 (mapping)。[譯註: 此處意思是對應於每一種區位組合, 廠商皆需決定一個價格] 對廠商  $i$  的一個策略  $w_i$  指定一個在區位上的機率分配 [譯註: 因為在區位選擇階段, 廠商可以採取混和策略, 因此相應的也是混合的價格策略] 及在把價格當成區位的一個函數上的一個機率分配。以  $\Omega$  代表廠商  $i$  的策略空間。令  $\Omega^n \equiv \Omega_0 \times \dots \times \Omega_{n-1}$  且令  $w \in \Omega^n$  是一個策略向量。令  $\vartheta(\mathbf{z}, \mathbf{p})$  是在消費者向廠商  $i$  購買商品的區位集合。廠商  $i$  從賣給在區位  $\vartheta(\mathbf{z}, \mathbf{p})$  的消費者所獲得的利潤是

$$\pi_i = L \int_{z \in Q(z, \mathbf{p})} [p_i - k_i - 2\tau D(z, i)] dz \quad (3)$$

函數  $\vartheta(\mathbf{z}, \mathbf{p})$  對  $\mathbf{z}$  和  $\mathbf{p}$  的依賴在以下來說明。在此, 解的概念是 SPNE: 在給定其他參賽者的策略下, 每一個在  $w_i$  的支持中是最適的, 且給定  $z$  以及在此子賽局中其他參賽者的策略, 每一個在  $w_i$  的支持中的價格在每一個子賽局都是最適的。最後, 我限定僅注意那些沒有廠商在區位上採取隨機策略的均衡。

- 沒有殺價競爭下的市場份額和利潤

給定區位, 對所有的  $i$ , 標誌廠商  $i$  在順時針 (逆時針) 方向的鄰居是  $i + 1$  ( $i - 1$ ), 其中廠商的向量  $\mathbf{n} \equiv (0, \dots, n - 1)$  定義為  $\text{mod}(n)$  [譯註: 取整數  $n$ ]。相似地, 定義  $\mathbf{p} \equiv (p_0, \dots, p_{n-1})$  及  $\mathbf{k} \equiv (k_0, \dots, k_{n-1})$  為  $\text{mod}(n)$ 。考慮一個沒有廠商殺價的價格向量  $\mathbf{p}$ 。假定沒有廠商殺價等同於假設在任一組相鄰廠商  $i$  和  $i + 1$  之間存在一個無差異消費者。聚焦在一個任意的廠商  $i$  和它的二個鄰居,  $i - 1$  和  $i + 1$ 。給定價格  $\mathbf{p}$  及  $i$  和兩個鄰居的距離  $d_{i-1, i}$  和  $d_{i, i+1}$ , 我求解廠商  $i$  的市場份額及利潤。定

義  $\mathbf{d} \equiv (d_{0,1}, \dots, d_{n-1,0})$  為  $\text{mod}(n)$ , 操作 (1) 式產生一個介在廠商  $i$  和對廠商  $i$  和  $i+1$  無差異的消費者之間的距離  $x_{i,i+1}$

$$x_{i,i+1} = \frac{1}{2t}(p_{i+1} - p_i + td_{i,i+1}). \quad (4)$$

相似地, 介在廠商  $i$  與對廠商  $i$  和  $i-1$  無差異消費者之間的距離是

$$x_{i,i-1} = \frac{1}{2t}(p_{i-1} - p_i + td_{i-1,i}). \quad (5)$$

廠商  $i$  的市場份額是  $x_i = x_{i,i-1} + x_{i,i+1}$ :

$$x_i = \frac{1}{2t}[p_{i-1} + p_{i+1} - 2p_i + t(d_{i-1,i} + d_{i,i+1})]. \quad (6)$$

廠商  $i$  供給介在它和廠商  $i+1$  之間消費者的平均成本是  $k_i + \tau x_{i,i+1}$ 。相似地, 供給介在它和廠商  $i-1$  之間消費者的平均成本是  $k_i + \tau x_{i,i-1}$ 。因此, 廠商  $i$  的利潤是

$$\pi_i = Lx_i(p_i - k_i) - L\tau(x_{i,i-1}^2 + x_{i,i+1}^2). \quad (7)$$

在 (7) 式中的第一項是利潤的標準部分, 它是銷售乘上絕對的加成。第 (7) 式的第二項是廠商  $i$  的運輸總成本, 若  $\tau = 0$ , 則此項等於零。

- General market share and profit

在此, 我放棄沒有廠商殺價的假設。更一般性地, 對那些  $d_{i,i+1} > 0$  對所有  $i$  的任一個  $d$  加以固定且固定任意一個  $\mathbf{p}$ 。用  $D_{i+1}(i, j)$  來表示廠商  $i$  和  $j$  從廠商  $i+1$  所在地算起的最短弧長:  $D_{i+1}(i, j) \equiv \sum_{k=i}^{j-1} d_{k,k+1}$ 。相似地, 用  $D_{i-1}(i, j)$  來表示廠商  $i$  和  $j$  從廠商  $i-1$  所在地算起最短的距離:  $D_{i-1}(i, j) \equiv \sum_{k=j}^{i-1} d_{k,k+1}$ 。令  $D(i, j)$  代表廠商  $i$  和  $j$  之間的最短距離:  $D(i, j) \equiv \min\{D_{i-1}(i, j), D_{i+1}(i, j)\}$ 。對於廠商  $i$  的市場份額共有三種可能性。第一, 若廠商  $i$  被另一家廠商所殺價, 則  $x_i = 0$ 。這種情況發生在當存在一個廠商  $j$  使得  $p_j - p_i + tD(i, j) < 0$ ; 在這些價格下, 每一個消費者嚴格地偏好向  $j$  買而不是向廠商  $i$  購買。第二, 若廠商  $i$  對所有在市場中的廠商殺價, 則  $x_i = 1$ 。這種情況發生在當  $p_i - p_j + tD(i, j) < 0, \forall j \neq i$ ; 在這些價格下, 每一位消費者偏好向廠商  $i$  購買而非其他任何廠商。在最後一種可能性中, 廠商  $i$  既不向市場中所有廠商殺價, 也不會被市場上任何廠商所殺價。在這種情況, 若廠商  $j$  (廠商  $j'$ ) 是廠商  $i$  以順時針 (逆時針) 來算最接近的廠商使得存在一個對廠商  $i$  和廠商  $j$  ( $j'$ ) 無差異的消費者, 則

$$x_i = \frac{1}{2t}\{p_j + p_{j'} - 2p_i + t[D(i, j) + D(i, j')]\}. \quad (8)$$

若在任一組鄰居中存在一位無差異消費者，則 (8) 式等同 (6) 式。在這種情況，廠商  $i$  供應部分的市場，廠商  $j$  是廠商  $i + 1$ ，廠商  $j'$  是廠商  $i - 1$ ，且  $D(i, j) + D(i, j') = d_{i-1, i} + d_{i, i+1}$ 。在這個市場份額是由 (8) 式所決定的一般化情況，廠商  $i$  的利潤是由 (7) 式所決定，其中  $x_{i, i+1}$  ( $x_{i, i-1}$ ) 代表廠商  $i$  在其鄰居為廠商  $i + 1$  ( $i - 1$ ) 那邊的市場份額。

### III. Equilibrium

這是一個沒有簡單解的簡單二階段賽局。在 A 小節中，我展現了著名的結果，即此賽局允許沒有純粹策略 SPNE。我同樣刻劃我如何證明存在一個 SPNE 的集合，在於均衡路徑上之策略均為純粹策略。在 B 小節中，我提供一個存在且特徵化的命題。此外，我描繪了證明並解釋此命題。在 C 小節，我提供一個在當  $\tau > 0$  時成立的唯一性結果，並描述它的證明。有了唯一性，比較靜態的結果變得在實證上有意義。在 D 小節，我調查在精煉中存活下來的均衡之比較靜態。在 E 小節，我討論了實證的履行，聚焦在本文主要結果中的一個。

#### A. No Pure Strategy SPNE

D'Aspremont et al. (1979) 證明在一個有二個對稱的廠商座落在一條線上的相似賽局不存在純粹策略的均衡。其基本問題是利潤不是全域準凹性的 (globally quasi-concave)，他們的結果延伸到有任意多家異質廠商座落在圓周上的本文模型。圖 2 展現了市場份額在價格上是不連續。它說明廠商  $A$ ,  $B$ , 和  $C$  的區位，廠商  $A$  的兩個價格  $p_A$  和  $p_A^*$ ，廠商  $B$  的價格  $p_B$ ，

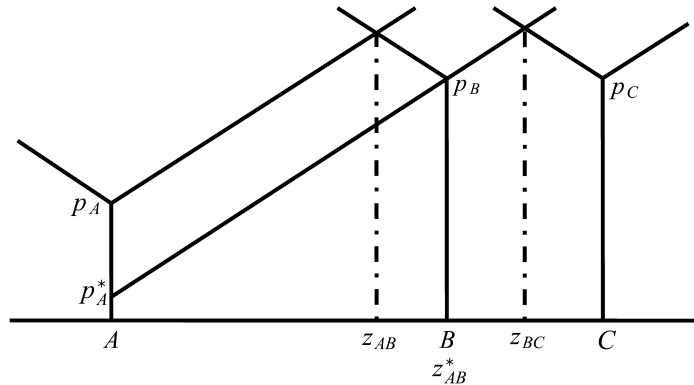


圖 2: Market shares are discontinuous in prices

及廠商  $C$  的價格  $p_C$ 。若廠商  $A$  定價  $p_A$ ，消費者  $z_{AB}$  對向  $A$  或  $B$  購買無差異。在  $p_A$  附

近, 廠商  $A$  的市場份額和利潤在價格上是連續的。然而, 若廠商  $A$  定價  $p_A^*$ , 消費者  $z_{AB}^*$ , 和廠商  $B$  落在相同位置, 向廠商  $A$  或  $B$  購買均無差異。在  $p_A^*$ , 位在廠商  $B$  和消費者  $z_{BC}$  之間的消費者同樣地向  $A$  或  $B$  購買均無差異。然而, 根據打破死結的規則 [譯註: 價格相同時, 向最近的廠商購買], 他們向  $B$  購買。對於廠商  $A$  的價格之任意小的降價,  $A$  從  $B$  得到一個間斷的消費者群 (所有在廠商  $B$  和消費者  $z_{BC}$  之間的消費者)。若廠商  $A$  定一個低於  $p_A^*$  的價格, 則廠商  $A$  被稱為向廠商  $B$  殺價。這個範例展示了在一些價格下, 廠商的市場份額對其自身價格是不連續的; 因此, 它的利潤同樣也是不連續的。

因為利潤函數既不是全域地連續也不是對價格準凹性, 所以存在很多價格子賽局是不存在純粹策略的價格均衡。因此, 不存在純粹策略 SPNE。根據 Reny (1999), 每一個子賽局均存在一個混合策略均衡。

在求解混合策略 SPNE 時, 我的分析包含倒推法。典型地, 這必須在每一個子賽局求解出對每一位參賽者在價格上的均衡機率分配必須是區位的函數。不幸地, 在  $n$  家異質廠商的情況下, 這是極端困難的。在一個相似地架構下, 有二家對稱廠商落在一個線段區間的兩階段賽局, Osborne and Pitchik (1987) 在很多子賽局中無法求出廠商利潤的分析解。他們被迫用數值分析的方式解出一個 SPNE。這個問題在任意多家非對稱廠商時只會更為嚴重。

我的方法有點不同。我猜測一個均衡的集合在於均衡路徑上之策略均為純粹策略。我接著提出一個輔助賽局, 定義在下面會詳述, 和真實賽局不同使得純粹策略 SPNE 可允許存在。我以三步驟進行, 每一步有相對應的 lemma。第一, 我證明當所有廠商依循猜測的均衡策略, 則利潤在真實和輔助賽局均相等。第二, 運用倒推法, 我證明在輔助賽局單邊的偏離絕不會有利可圖。最後, 我證明或是輔助賽局的利潤是實際賽局利潤的一個上限, 或在實際賽局中單邊偏離會嚴格地降低一個廠商的利潤。結合這三個步驟, 給出了想要的結果: 這個猜測的均衡是一個在實際賽局的 SPNE。關鍵直覺在於, 一旦我可以用在輔助賽局的利潤當成在實際賽局中期望利潤的上界, 我就避開了必須在任一個子賽局求解混合策略均衡的必要性。朝向達成這個目標, 我定義以下的輔助賽局。

*Definition 1.* 輔助賽局和真實賽局完全相同, 除了每一個廠商的市場份額在輔助賽局中是由 (6) 式所給定, 而在真實賽局中則由 (8) 式所給定。

需求系統在輔助賽局和真實賽局中是不相同的。一個廠商的市場份額在輔助在局中是由 (6) 所給定的, 然而在真實賽局中它或為 0, 或為 1, 或由 (8) 式所給定。只有當有一位無差異消費者座落在每一組鄰居之間的特殊情況時, 市場份額在真實和輔助賽局中對所有廠商皆相同。在真實賽局中, 廠商  $i$  的市場份額只有當  $x_{i,i-1} \geq 0$  及  $x_{i,i+1} \geq 0$  時才是由 (6) 式所給定; 否則, 或是  $x_{i,i-1} < 0$  或  $x_{i,i+1} < 0$ , 即使  $x_{i,i-1} + x_{i,i+1} > 0$  都是  $x_i = 0$ 。圖

3 展現了市場範圍在輔助賽局及真實賽局如何決定它的差異性。在真實賽局中，若廠商  $A$  將

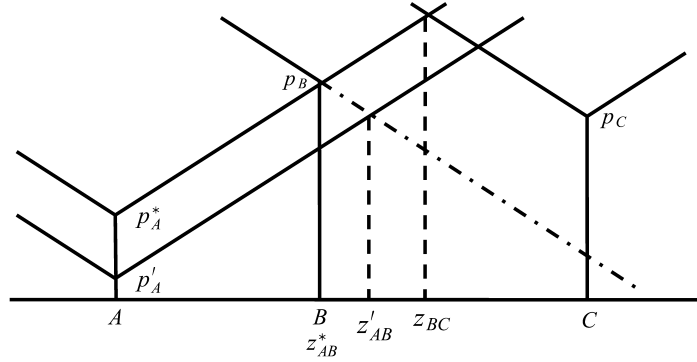


圖 3: Market shares in the auxiliary and real games

價格由  $p_A^*$  降到  $p'_A$ ,  $A$  將向  $B$  殺價。廠商  $B$  的市場份額將變為零, 因為  $x_{B,A} < 0$ , 即使  $x_{B,A} + x_{B,C} > 0$ 。然而, 若  $A$  在輔助賽局中將價格由  $p_A^*$  降到  $p'_A$ , 則對  $A$  和  $B$  無差異的新消費者會位在  $z'_{AB}$ 。所有在  $z'_{AB}$  左邊的消費者向  $A$  而不向  $B$  購買; 所有在  $z'_{AB}$  和  $z_{BC}$  之間的消費者持續向  $B$  購買。[譯註:  $p_A + t(x - A) = p_B + t(B - x)$ , 當  $x > B$  時  $\Rightarrow p_A + t(x - A) = p_B - t(x - B)$ , 我們可以將  $z'_{AB}$  想像成一個虛擬的廠商位置  $B'$ , 則在  $z'_{AB}$  和  $z_{BC}$  之間的消費者雖然對向  $A$  或  $B$  購買無差異, 但根據打破死結規則, 這些消費者會向較近的  $B'$  購買。] 這展現了市場份額在輔助賽局中是連續的。此外, 利潤在輔助賽局中是準凹性的。因此, 在輔助賽局中, 在每一個價格子賽局, 存在一個純粹策略的均衡。

## B. Existence and Characterization

下面的命題說明對應真實賽局存在一個均衡的集合。它同時刻劃在這個均衡集合中對任一均衡的經濟結果。這個命題無論在運輸成本為零  $\tau = 0$ , 或正的  $\tau > 0$  均成立。

**Proposition 1.** 對任何參數集合  $\theta \equiv (n, t, \tau, L)$  和  $k \geq 0$ , 存在一個  $\phi(\theta, k) > 0$  使得對所有  $i, k_i \in [k, k + \phi(\theta, k)]$ , 則有一個非零集合  $O^* \in \Omega^n$ , 使得任何  $\omega \in O^*$  是一個 SPNE。集合  $O^*$  有下列性質:

1. 對於所有  $\omega \in O^*$ , 在均衡路徑上之策略均為純粹策略。
2. 對任何環繞此圓的廠商順序, 存在一個相對應的  $\omega \in O^*$ 。
3. 每一組鄰居 (廠商  $i$  和  $i + 1$ ) 之間的距離是

$$d_{i,i+1}^* = \frac{1}{n} + \frac{2}{3t + 2\tau} \left( \bar{k} - \frac{k_i + k_{i+1}}{2} \right) \quad (9)$$



且廠商  $i$  的價格, 市場份額和利潤為

$$\begin{aligned} p_i^* &= (t + \tau) \left( \frac{1}{n} + \frac{2}{3t + 2\tau} \bar{k} \right) + \frac{t}{3t + 2\tau} k_i, \\ x_i^* &= \frac{1}{n} + \frac{2}{3t + 2\tau} (\bar{k} - k_i), \\ \pi_i^* &= Lt(x_i^*)^2. \end{aligned} \tag{10}$$

*Proof.* 如果  $\omega \in O^*$ , 令  $\pi_i^{A^*}(\pi_i^*)$  代表廠商  $i$  在輔助賽局 (真實賽局) 中的利潤。若它單邊偏離  $\omega \in O^*$  位於均衡路徑, 令  $\pi_i^{A'}(E[\pi_i'])$  代表廠商  $i$  在輔助賽局的利潤 (在真實賽局的預期利潤)。在 Appendix A, 我證明下列三個 lemmas。

**Lemma 1.** 令  $\pi_1(\theta, k) \equiv (3t + 2\tau)/[2(n - 1)] > 0$ 。若  $k_i \in [k, k + \pi_1(\theta, k)]$  對所有  $i$ , 則對所有  $i$ ,  $\pi_i^{A^*} = \pi_i^*$ 。

**Lemma 2.** 存在一個  $\pi_2(\theta, k) > 0$ , 使得對所有  $i$ ,  $k_i \in [k, k + \pi_2(\theta, k)]$ , 則對所有  $i$ ,  $\pi_i^{A^*} \geq \pi_i^{A'}$  若  $\tau \geq 0$ ; 且對所有  $i$ ,  $\pi_i^{A^*} > \pi_i^{A'}$  若  $\tau > 0$ 。

**Lemma 3.** 存在一個  $\pi_3(\theta, k) > 0$  使得對所有  $i$ ,  $k_i \in [k, k + \pi_3(\theta, k)]$ , 則或是對所有  $i$ ,  $\pi_i^{A'} \geq E[\pi_i']$  或對所有  $i$ ,  $\pi_i^* > E[\pi_i']$ 。

令  $\pi(\theta, k) \equiv \min_j \pi_j(\theta, k)$ 。假設對所有  $i$ ,  $k_i \in [k, k + \pi(\theta, k)]$ , 結合 Lemma 1, 2, 和 3 產生或是  $\pi_i^* = \pi_i^{A^*} \geq \pi_i^{A'} \geq E[\pi_i']$  的關係或是  $\pi_i^* > E[\pi_i']$  的關係。這兩種關係產生我們需要的結果, 即  $\pi_i^* \geq E[\pi_i']$ 。因此, 任何  $\omega \in O^*$  是一個 SPNE。 QED

## 1. Intuition for the Proof

在說明 Proposition 1 之前, 我提供對於 Lemma 1, 2, 和 3 的基本直覺:

Lemma 1. – 根據 lemma 1, 若廠商足夠相似, 且  $\omega \in O^*$ , 則在輔助賽局中的利潤等於真實賽局中的利潤。若  $\omega \in O^*$ , 則廠商在均衡路徑上使用純粹策略; 且若  $\omega \in O^*$  且  $k_i \in [k, k + \pi_1(\theta, k)]$ , 則在真實賽局中沒有廠商突然侵襲其他廠商, 因為對所有  $i$ ,  $k_i \in [k, k + \pi_1(\theta, k)]$  在  $\pi_i^* \geq 0$  時是一個充分條件。當所有廠商使用純粹策略且沒有廠商突然侵襲其他廠商, 每一個廠商的利潤在真實賽局是相同的, 正如同在輔助賽局一般。

Lemma 2. – 根據 lemma 2, 在輔助賽局中廠商  $i$  沒有利可圖的偏離。這種在有二家對稱廠商位於單位圓上且  $\tau = 0$  的情況已經由 Kats (1995) 所考慮過了。他證明對廠商  $A$  的一個固定的區位, 廠商  $B$  在任何區位的利潤是固定的, 只要是離廠商  $A$  的距離不少於  $1/4$ 。下面我將提供一個直覺, 說明為何廠商  $i$  在輔助賽局中, 在區位上做一個小小的偏離不會是

有利的。給定一些區位，廠商  $i$  在輔助賽局中的最佳反應函數是

$$\frac{2(\tau + 2t)}{t + \tau} p_i = p_{i-1} + p_{i+1} + t(d_{i-1,i} + d_{i,i+1}) + \frac{2t}{t + \tau} k_i. \quad (11)$$

這給予  $n$  條一階條件的系統

$$A\mathbf{p}' = \mathbf{b}',$$

其中

$$A \equiv \begin{bmatrix} \frac{2(2t+\tau)}{t+\tau} & -1 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & \frac{2(2t+\tau)}{t+\tau} & -1 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ -1 & 0 & 0 & -1 & \frac{2(2t+\tau)}{t+\tau} \end{bmatrix}$$

with

$$\mathbf{b} \equiv (b_0, \dots, b_{n-1}) \text{mod}(n),$$

$$b_i \equiv t(d_{i-1,i} + d_{i,i+1}) + \frac{2t}{t + \tau} k_i.$$

正如我在 Appendix A 所證明，這系統的解有下列型式

$$\begin{aligned} p_i &= \beta_1(d_{i-1,i} + d_{i,i+1}) + \beta_2(d_{i-1,i-1} + d_{i+1,i+2}) + \dots \\ &+ \delta_0 k_i + \delta_1(k_{i-1} + k_{i+1}) + \dots \quad \text{for all } i, \end{aligned} \quad (12)$$

廠商  $i$  在輔助賽局中的利潤和市場份額是

$$\begin{aligned} \pi_i &= Lx_i(p_i - k_i) - L\tau(x_{i,i-1}^2 + x_{i,i+1}^2), \\ x_i &= \frac{1}{2t}[p_{i-1} + p_{i+1} - 2p_i + t(d_{i-1,i} + d_{i,i+1})]. \end{aligned}$$

假設所有廠商  $j \neq i$  位在  $\omega \in O^*$ ，且在廠商  $i+1$  的方向，從由  $\omega$  所規定的區位，令廠商  $i$  做任意的  $\varepsilon \in (0, d_{i,i+1}^*)$  的偏離。在 Appendix A 我證明若  $\tau > 0$ ，則這個偏離嚴格降低  $\pi_i$ ，而若  $\tau = 0$ ，則不影響  $\pi_i$ 。我在此描寫這個證明。單邊的偏離不會影響利潤的標準部分， $Lx_i(p_i - k_i)$ ，不管是否  $\tau = 0$  或  $\tau > 0$ 。理由是  $p_i$  和  $x_i$  不受偏離影響。 $p_i$  不受影響可以從 (12) 式清楚看出。廠商  $i$  的市場份額不受影響，因為雖然它的兩個直接競爭者的價格改變，線性運輸成本隱含這些價格的總和不會改變。亦即廠商  $i+1$  的價格剛好下降  $\varepsilon(\beta_1 - \beta_2)$ ，而廠商  $i-1$  的價格增加  $\varepsilon(\beta_1 - \beta_2)$ 。給定  $x_i (\equiv x_{i,i-1} + x_{i,i+1})$  在廠商  $i$  的偏離時不變，廠

商  $i$  的運輸成本  $\tau(x_{i,i-1}^2 + x_{i,i+1}^2)$  可藉由落在  $x_{i,i-1} = x_{i,i+1}$  而極小化。因此，廠商  $i$  在輔助賽局的利潤可藉由選擇位在當它在第二階段的均衡時位於其市場範圍的中央而極大化。這是由  $\omega \in O^*$  所規定的區位。

Lemma 3. – 根據 lemma 3, 或是  $\pi_i^* > E[\pi_i^*]$  或是  $\pi_i^{A'} \geq E[\pi_i^*]$ 。在此我聚焦在解釋當確定沒有廠商殺價時，在真實賽局的預期利潤是受限於輔助賽局的利潤。當廠商位在價格階段有純粹策略均衡時，很明顯是正確的。假設廠商座落在子賽局中不存在純粹策略均衡。用  $\mathbf{a} \equiv (a_0, \dots, a_{n-1})$  代表在輔助賽局中價格的均衡向量。用  $M_i$  代表支持的上界在真實賽局中廠商  $i$  隨機化其價格 (有正的機率)。在 Appendix A, 我證明對所有  $i$ ,  $M_i \leq a_i$ 。直覺地，輔助賽局降低了廠商想用降價來減低競爭的誘因。因此，輔助賽局增加了廠商的預期利潤。為了強調這個直覺，比較在真實賽局和輔助賽局中降低廠商  $i$  的價格之成本與利益。固定  $n$  家廠商的區位使得若所有廠商依 (12) 式所給定的價格，則沒有廠商被殺價。在兩種賽局中，對廠商  $i$  而言，降低它的價格來得到新顧客的邊際成本是價格乘上它邊際消費者的變化。這個差異在真實與輔助賽局之間，是在於廠商  $i$  降低其價格 [從  $p_{i+1} - td_{i,i+1}$  (或從  $p_{i-1} - td_{i-1,i}$ )] 之邊際利益在真實賽局是嚴格大於在輔助賽局的。在真實賽局，若廠商  $i$  降低其價格從  $p_{i+1} - td_{i,i+1}$  下降一個任意小的數量，它便對其鄰居  $i+1$  做殺價。廠商  $i$  殺價  $i+1$  的邊際利益等於殺價所增加的間斷的消費者群乘上對  $i+1$  殺價所要求的極限價格。然而，廠商  $i$  在輔助賽局中是無法藉由降低其價格 (任意小) 來獲得間斷的消費者群。

廠商在真實賽局會有誘因相互殺價，而在輔助賽局則不會出現此種情況的事實傳達了中心論點：輔助賽局降低了競爭。降低的競爭及價格是策略性互補的事實隱含在輔助賽局的利潤大於真實賽局中的預期利潤。

## Explaining Proposition 1

在我進行提供一個唯一性結果以及討論比較靜態結果之前，更深入解釋 Proposition 1 是很重要的。特別地，在考慮這些結果的意涵之前，有四項一般化的議題需要先澄清。前三個相關的議題在 Proposition 1 的第 1, 2, 3 部分。第四個議題關心廠商必須有足夠相似地邊際成本的條件。

Mixed strategies. – 廠商在價格上隨機化的假設可能被視為不切實際。然而，雖然所有賽局的 SPNE 必須是混合策略的均衡，根據 Proposition 1 的第一部分，對所有  $\omega \in O^*$  均衡路徑上之策略均為純粹策略。廠商隨機化價格只發生在非均衡路徑。

Multiple orders, multiple equilibria. – 根據 Proposition 1 的第二部分，對廠商環繞圓周的任何順序，存在一個相對應的  $\omega \in O^*$ ，下面簡單的範例展現了在  $O^*$  多重均衡的存

在。假設共有四家廠商，其中兩家有相同的低邊際成本，另兩家有相同的高邊際成本。在這個簡單的範例中，廠商在圓周上有兩種可能的安排，其一，兩個低成本場相鄰；其二，低成本廠商被高成本廠商所分隔。這兩種安排的每一種都對應到集合  $O^*$  的一個均衡。這兩種可能的順序畫在圖 4，不只這兩種順序對應到一個均衡，同時一個給定的廠商價格，市場份額，和利

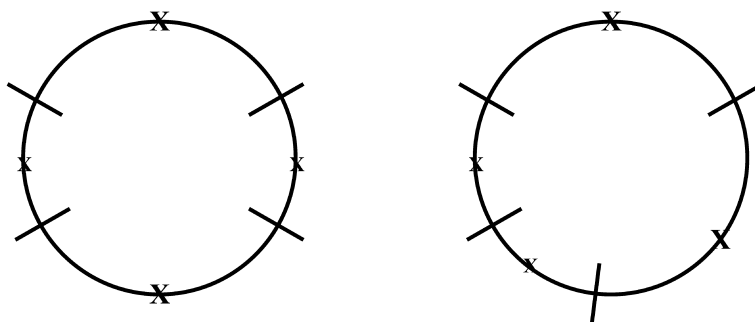


圖 4: Two equilibrium orders are depicted. On the left, the low-cost firms (large X's) are separated by the high-cost firms (small x's). On the right, the low-cost firms neighbor each other. The figure includes graphical representations of market shares.

潤對應到這兩種順序皆相同。像我下面要說的，為了使每個廠商的價格，市場份額和利潤在每一個均衡均相同，它必須是鄰居間的距離嚴格地隨著每一個鄰居的成本而降低。

Outcome equivalence of equilibria. – 就像上面注意到的，在  $O^*$  有多重均衡。然而，根據 Proposition 1 的第三部分，除了區位的例外，所有經濟上的相關結果 - 價格，市場份額，和利潤，在  $O^*$  跨所有均衡均相同。這些結果唯有藉由它對平均邊際成本  $\bar{k}$  的衝擊才會和另外生產者的邊際成本有關。給定於價格階段是由區域化的競爭所刻劃，這個結果可能有些令人驚訝。在價格階段，唯有當他們在產品空間相鄰兩家廠商才會是直接的競爭者，而且在大部分的子賽局，一個廠商的利潤受到它鄰居的邊際成本的影響，很清楚地大於受到市場上其他廠商的成本的影響。下面我解釋產生這個結果的經濟直覺。

當  $\bar{k}$  和廠商間的距離都被固定，一個廠商的利潤會因為它的鄰居的邊際成本愈高而更高。這個事實似乎有些奇怪，因為在所有  $\omega \in O^*$ ，一個廠商賺相同的利潤，無論它的相鄰兩鄰居的邊際成本（給定  $\bar{k}$ ）。一個直覺的第二部分調和了這兩種結果：一個廠商的利潤隨著其孤立程度 ( $d_{i-1,i} + d_{i,i+1}$ ) 增加而增加，這建議為了使廠商的利潤唯有當藉由這些成本對  $\bar{k}$  的衝擊才會視其鄰居的邊際成本而定，它必須是廠商藉由孤立來對他們鄰居的邊際成本做補償。亦即，更具生產力的廠商比那些較不具生產力廠商更孤立，假設其他情況不變。這正是 (9) 式所包含的。

上面的直覺隱含，若廠商的利潤唯有透過  $\bar{k}$  才會受到它鄰居的邊際成本的影響，則廠商

必須藉由對它鄰居的邊際成本的孤立來補償。然而，上述的直覺並沒有釐清為何一個廠商的利潤唯有藉由  $\bar{k}$  在所有  $\omega \in O^*$  才會和它的鄰居的邊際成本有關。所有  $\omega \in O^*$  的一個特殊特徵是每一家廠商均位在其市場範圍的中央，在  $i$  市場範圍兩邊端點的消費者面對相同的區位調整價格： $x_{i,i-1} = x_{i,i+1}$  隱含  $p_i + tx_{i,i-1} = p_i + tx_{i,i+1}$ 。對每一個在  $\omega \in O^*$  的廠商而言這都是真的，隱含了所有的無差異消費者均面臨相同的區位調整價格（見圖 5）。若所有廠

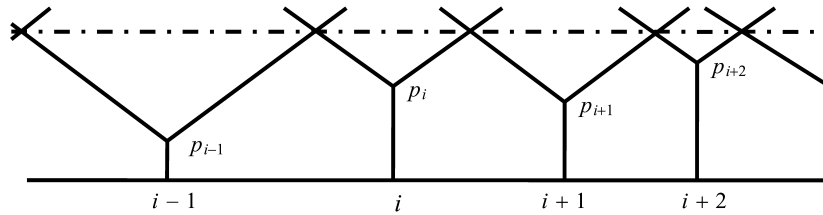


圖 5: All indifferent consumers face identical location-adjusted prices in all  $\omega \in O^*$ .

商皆在他們市場範圍的中央且所有廠商做最適定價，則廠商  $i$  的利潤，市場份額，和價格將會僅視其自身的邊際成本與所有無差異消費者所面對的區位調整價格有關。因此，每一個廠商的利潤唯有藉由這些邊際成本對  $\bar{k}$  的衝擊才會和其鄰居的邊際成本有關。這事實上幫助了決定所有無差異消費者所面對的區位調整價格。

Permissible asymmetries. – 雖然 Proposition 1 包含廠商是對稱的以及廠商是不對稱的情況，結果只有在對稱性的附近才獲得證明。所有廠商必須有足夠相似的邊際成本。對於每個均衡  $\omega \in O^*$  的存在性的一個必要條件是對所有的  $i$ ,  $k_i \in [k, k + \phi(\theta, k)]$ 。可允許對稱性的程度， $\phi(\theta, k)$  視模型的參數而定。不幸地，完全地刻劃  $\phi(\theta, k)$  是極端困難的，因為我用了一個擾亂論點。我證明，若廠商是對稱的，則在任何 SPNE 沒有廠商會殺價的機率為 1。然後我認為若廠商足夠相似，則在廠商是不對稱下此結果然持續成立。

在本小節中我用二種方式討論模型參數的改變如何讓  $\phi(\theta, k)$  改變。第一，我考慮在  $\phi_1(\theta, k)$  的比較靜態，其中  $\phi_1(\theta, k)$  是在 Lemma 1 所定義的  $\phi(\theta, k)$  之上限。第二，我在二個範例中明顯地解出  $\phi(\theta, k)$  – 一個是  $n = 2$ ，一個是  $n = 3$  – 來說明  $\phi(\theta, k)$  如何受到  $n$  的影響。

在 Lemma 1 我證明若對所有  $i$ ,  $k_i \in [k, k + \phi_1(\theta, k)]$ ，其中  $\phi_1(\theta, k) \equiv (3t + 2\tau)/[2(n - 1)]$ ，則  $x_i^* \geq 0$ ，若  $\omega \in O^*$ 。回想

$$x_i^* = \frac{1}{n} + \frac{2}{3t + 2\tau}(\bar{k} - k_i).$$

此外，在 Proposition 1 我定義  $\phi(\theta, k)$  使得  $\phi_1(\theta, k)$  是它的上界： $\phi(\theta, k) \leq \phi_1(\theta, k)$ 。可允許的不對稱性  $\phi_1$  是嚴格地對運輸成本  $t$  和  $\tau$  遞增，且嚴格地對市場上廠商家數  $n$  遞減，

且和  $k$  及  $L$  無關。這些比較靜態都是很直覺的，他們都根據  $x_i^* \geq 0$  若且唯若  $k_i - \bar{k} \leq (3t + 2\tau)/2n$  的事實而來。

第一，考慮需求密度  $L$ 。 $\phi$  和  $\phi_1$  皆獨立於  $L$ ，因為這是固定規模報酬。第二，考慮最低成本水準  $k$ 。在廠商的市場份額為正的條件，視  $k_i$  和  $\bar{k}$  的絕對差距而定，因此， $k$  的改變不會影響  $\phi_1$ 。第三，考慮廠商家數  $n$ 。當  $n$  增加時，廠商較不孤立，且假設其他情況不變，廠商  $i$  的市場份額降低。其次，考慮運輸成本  $t$ 。當  $t$  增加時，邊際成本的不同對消費者而言變得比較不重要，因為他們必須負擔陡增的運輸成本。因此當  $t$  增加時，最不具有生產力的廠商的市場份額增加，隱含  $\phi_1(\theta, k)$  增加。最後，關於  $\tau$  對  $\phi_1(\theta, k)$  的衝擊的直覺和  $t$  對  $\phi_1(\theta, k)$  的衝擊的直覺相同。

雖然對  $\phi_1(\theta, k)$  的比較靜態幫助提供直覺，但注意  $\phi(\theta, k)$  可能永遠嚴格地低於  $\phi_1(\theta, k)$  是很重要的。 $\phi(\theta, k)$  可能被一些  $\phi_j(\theta, k) < \phi_1(\theta, k)$  限制於上界。為了瞭解  $\phi$  如何受到  $n$  的影響，考慮  $\tau = 0$  和  $t = 1$  兩種情況。在第一個範例中有二家廠商，在第二個範例中有三家廠商。對每一個範例，我都求解  $\phi$ 。

EXAMPLE 1. 假設有二家廠商， $A$  和  $B$ ，且  $k_A < k_B$ 。在這個情況， $\omega \in O^*$  是 SPNE 若

$$k_B \leq 3\left(1 - \frac{1}{2}\sqrt{3}\right) + k_A \cong 0.4012 + k_A.$$

若違反了這個條件，則給定  $B$  的區位， $A$  永遠有誘因位在廠商  $B$  的頂上且限制其價格在  $B$  的邊際成本，在這個價格  $A$  供應全部市場。

EXAMPLE 2. 假設有三家廠商  $A$ ， $B$ ，和  $C$  且  $k_A < k_B = k_C$ 。在這個情況  $\omega \in O^*$  是 SPNE 若

$$k_B \leq \frac{147}{128} - \frac{27}{128}\sqrt{17} + k + A \cong 0.2787 + k_A.$$

若違反了這個條件，且廠商  $B$  和  $C$  落在  $\omega$  所規定的位置，則廠商  $A$  將會有一個誘因去位在  $B$ ， $C$  之間最短弧長 ( $d_{B,C}$  的弧長而不是  $d_{A,B} + d_{C,A}$  的弧長) 的中間點。在這個區位，廠商  $A$  會限制其價格在  $k_B - \frac{1}{2}d_{B,C}$ 。在這個價格下，廠商  $A$  會供應全部的市場。

## C. Uniqueness

如同上面所證明的，在  $O^*$  集合中可能有多重均衡。事實上，若  $\tau = 0$ ，可以很輕易的應用 Proposition 1 的證明去證明存在其他的均衡  $\omega' \notin O^*$  而且在均衡路徑上的純粹策略。做為一個範例，假設  $\tau = 0$  且所有廠商  $j \neq i$  位在如同  $\omega \in O^*$ 。令廠商  $i$  做一個  $\varepsilon \in (0, d_{i,i+1}^*)$

的偏離，在廠商  $i+1$  的方向，從  $\omega$  所規定的區位。如同我在 Appendix 的證明，以及上面的討論，根據 Lemma 2 在當  $\varepsilon$  足夠小偏離之後且在價格階段有純粹策略的均衡，廠商  $i$  的利潤是  $\pi'_i = \pi_i^*$ 。此外，所造成的區位向量  $\mathbf{z}' = (z_0, \dots, z'_i, \dots, z_{n-1})$  對應到一個均衡。根據 Lemma 2，對任何廠商  $j$  而言不存在一個區位  $z'_j$  使得廠商  $j$  的利潤高於它若位在  $z_j$  的利潤。因此，若  $\tau = 0$ ，存在廠商使用沿著均衡路徑的純粹策略的一段連續的 SPNE  $\omega' \notin O^*$ 。

若  $\tau > 0$ ，則  $O^*$  是沿著均衡路徑的純粹策略的 SPNE 的唯一集合。回想廠商須負擔一個運送成本  $2\tau D(z, i)$  以運送一個產品到位在  $z$  的消費者處，其中  $\tau \in [0, t]$ 。重要的是即使  $\tau > 0$ ，廠商不能做價格歧視：一個廠商必須對所有消費者定一個共同的價格  $p_i$ 。廠商付一個變動的運輸成本的假設在下列敘述情況是很明顯的：當模型被運用到同質財貨廠商，而他們藉由地理區位來區別他們自己，消費者和廠商在一個外生給定的分配率下共同分擔運輸成本。當模型被應用到差異性財貨廠商時，運輸成本可以被解釋成顧客服務成本，一個消費者他購買一個遠離他理想種類的財貨時，可能要求服務。廠商必不可能將這種服務成本轉移給消費者（這可能是一個廠商提供保固的訊號賽局的結果）或在決定價格之前判斷這個財貨離消費者理想狀態有多遠。我強調運輸成本只用來在許多均衡中做選擇，且為了這個目的，它可以是任意小的。

*Definition 2.* 一個 SPNE 若由廠商  $i$  所發動沿著均衡路徑的任何單邊偏離嚴格的降低廠商  $i$  的利潤，則此 SPNE 是嚴格的。

**Proposition 2.** 若  $\tau > 0$  且對所有  $i, k_i \in [k, k + \phi(\theta, k)]$ ，則  $\omega$  是一個嚴格的 SPNE 若且唯若  $\omega \in O^*$ 。

根據 Proposition 2，若  $\tau > 0$ ，則所有經濟上的相關結果 – 價格，市場份額，和利潤 – 除了孤立之外其餘的跨所有嚴格 SPNE 皆相同。即使是對稱廠商，這比起 Lancaster (1979) 或是 Economides (1989) 來，是更強的結果。Lancaster 和 Economides 證明一個對稱廠商對稱區位的均衡。他們並未得到唯一性的結果。

證明若  $\omega \in O^*$  時  $\omega$  是嚴格的在給定 Lemma 1, 2, 和 3 之下是很直接的。若  $\tau > 0$ ，則這些 Lemmas 或是產生  $\pi_i^* = \pi_i^{A^*} > \pi_i^{A'} \geq E[\pi'_i]$  的關係，或是產生  $\pi_i^* > E[\pi'_i]$  的關係。兩種之中任一種都隱含廠商  $i$  的利潤嚴格地大於它從  $\omega \in O^*$  單邊偏離的預期利潤，即  $\pi_i^* > E[\pi'_i]$ 。因此，任何  $\omega \in O^*$  是一個嚴格的 SPNE。直覺地，若  $\tau > 0$ ，則廠商透過位在其市場範圍的中央來極小化其運輸成本，且這是 (9) 式所規範的區位。

有關唯有當  $\omega \in O^*$  時  $\omega$  是一個嚴格的 SPNE 的敘述可用三步驟來證明。第一步，我證明若一個價格階段子賽局存在一個純粹策略均衡，則這是唯一的混合策略均衡。第二步，我證明若此區位嚴格均衡存在且任意廠商任意小的區位移動下，一個價格的嚴格均衡仍然存

在。假設  $\omega$  是一個嚴格的 SPNE 且假設  $i$  在區位階段單邊從  $\omega$  偏離但仍在由  $\omega$  所規範的區間的  $\varepsilon$  範圍之內，則根據上述兩個結果，存在一個  $\varepsilon > 0$  使得價格子賽局的唯一混合策略均衡是一個純粹策略均衡。

使用這個結果，第三步我證明每個廠商在每一個嚴格的 SPNE 中必須位在其市場範圍的中央。若廠商選擇最適定價且每個廠商皆在其市場中央，則任兩個廠商間的距離必須由 (9) 式所給定。若廠商區位滿足 (9) 式，則在價格子賽局中存在一個唯一的均衡。在此均衡，廠商根據 (10) 式選擇其價格。因此，所有的嚴格 SPNE 都是  $O^*$  的元素。

## D. Comparative Statics

Isolation. (孤立) – 給定 (9) 式，廠商如何選擇其區位？和 Lancaster (1979) 及 Economides (1989) 所預測的，或 Salop (1979) 及 Syverson (2004) 所假設的有何不同？在前面所提的模型，每一組鄰居是由  $1/n$  的距離所分隔。回想 (9) 式

$$d_{i,i+1} = \frac{1}{n} + \frac{2}{3t + 2\tau} \left( \bar{k} - \frac{k_i + k_{i+1}}{2} \right).$$

上式隱含若二鄰居的平均邊際成本相等於市場上所有廠商的平均邊際成本，則鄰居的種類 (區位) 相隔為  $1/n$ 。

一般地，二個鄰居，廠商  $i$  和  $i+1$  生產的種類差異大於  $1/n$  若且唯若他們的平均成本小於市場上所有廠商的平均成本。鄰居間的距離是他們平均邊際成本的遞減函數：愈有生產力的廠商愈是孤立，其他情況不變下。Proposition 1 解釋了相對的孤立是相對的生產力的一個函數，高成本廠商會避開低成本廠商的嚴酷競爭。這個直覺只有當  $\tau > 0$  時才是一個均衡的論點。

鄰居們會更孤立可能是市場中有較少的廠商，或市場上所有廠商的平均邊際成本較高。在所有廠商的平均邊際成本固定之下，若市場上有較少的廠商家數，則所有鄰居都會更孤立。這是相當直覺地且在相同廠商下是標準的，如 Salop (1979) (他是如此假設的) 及 Lancaster (1979) 和 Economides (1989) (那是他們的均衡結果)。 $\bar{k}$  對孤立的衝擊是更有趣的。在市場中廠商家數固定以及廠商  $i$  和  $i+1$  之間的距離增加。直覺地，若任一廠商的邊際成本  $j \neq i, i+1$  增加， $j$  變得較不孤立。為了使  $j$  變得較不孤立而所有其他廠商仍在他們的市場中央，在所有鄰居  $i$  和  $i+1$  (其中  $j \neq i, i+1$ ) 之間的距離必須增加。

運輸成本同樣對孤立有有趣的和直覺的衝擊，即使廠商是不對稱的。隨著運輸成本的增加，廠商區位接近 Salop (1979) 所考慮的對稱情況。隨著  $t$  的增加，邊際成本的差異對消費者變得較不重要，他們必須承擔遞增且巨大的運輸成本。為了使所有無差異消費者均面對相



同的區位調整價格，隨著  $t$  增加，孤立必須變得對成本差異較缺乏反應才行。相似地直覺，對於  $\tau$  對孤立的衝擊也都成立。

Price. – 廠商  $i$  定價

$$p_i = (t + \tau) \left( \frac{1}{n} + \frac{2}{3t + 2\tau} \bar{k} \right) + \frac{t}{3t + 2\tau} k_i.$$

在  $\tau = 0$  和廠商是同質的 ( $k_i = k$  對所有  $i$ ) 的情況中，這個價格方程式減縮至 Salop (1979) 的競爭均衡的結果。  $p_i = (t/n) + k$  在廠商是異質的一般性情況中，低成本廠商定較低的價格。然而，低成本廠商並沒有將他們所有生產力優勢所帶來的利益移轉給消費者。絕對的加成隨  $k_i$  嚴格遞減：低成本廠商設較高的絕對加成。

在本文所介紹的調整新邊界的存在，即孤立，建議那些來討論調整的孤立邊際過度估計了對於成本改變的自身價格敏感度。考慮一個  $n \geq 3$  家廠商位  $\omega \in O^*$  所規範的區位的集合。假設廠商  $i$  的邊際成本降低。若我們固定廠商的區位不動，則廠商  $i$  的價格降到  $p'_i$ 。若不是我們令廠商調整他們的區位，使得他們在新的邊際成本向量下，他們仍在新的均衡區位，則廠商的價格降到  $p''_i$ 。很直接地可以證明  $p'_i \leq p''_i$ 。當廠商調整其區位以回應低成本的廠商  $i$ ，他們使廠商  $i$  更為孤立。增加孤立，增加廠商的市場力量，減緩  $i$  去降低其價格的誘因。

Market share and profit. – 回想

$$x_i = \frac{1}{n} + \frac{2}{3t + 2\tau} (\bar{k} - k_i),$$

$$\pi_i = Lt(x_i)^2.$$

一個廠商的市場份額和利潤大於平均值，若且唯若他的成本低於平均值。對於市場份額，有兩個力量支持這個關係。標準的機制是低成本廠商定低價。此外，一個全新的機制也在運作：其他情況不變下，低成本廠商較為孤立。低成本廠商獲得較高利潤有二個標準理由：他們有較大的市場份額及他們設定較高的絕對加成。

隨著  $t$  增加，對低（高）邊際成本的獎賞（處罰）遞減。雖然一個廠商的市場份額和利潤大於平均若且唯若  $k_i < \bar{k}$ ，市場份額和利潤對  $\bar{k} - k_i$  的敏感度隨  $t$  遞減。事實上隨著  $t \rightarrow \infty$ ，市場份額和利潤接近 Salop (1979) 所考慮的對稱情況。

總而言之，我們有下列的 Corollary。

**Corollary 1.** 假設  $\omega \in O^*$ 。

1.  $d_{i,i+1} > 1/n$  若且唯若  $k_i + k_{i+1} < 2\bar{k}$ 。此外， $d_{i,i+1}$  隨著  $(k_i + k_{i+1})/2$  嚴格遞減。
2. 隨著任一個運輸成本增加，二鄰居  $i$  和  $i+1$  之間的距離隨著  $k_i + k_{i+1} < 2\bar{k}$  ( $k_i + k_{i+1} > 2\bar{k}$ ) 遞減（遞增），其他情況不變下。

3. 廠商  $i$  的市場份額，絕對加成，和利潤大於市場的平均值若且唯若  $k_i < \bar{k}$ 。
4. 假設  $k_i < k_j$ ，則  $\pi_i/\pi_j$  及  $x_i/x_j$  隨運輸成本  $t$  或  $\tau$  而嚴格遞減。

## E. Empirical Implementation

本理論的一個中心預測是，其他情況不變下，兩競爭者的平均邊際成本和他們在空間上的孤立程度呈負相關性。測試這個預測需要實質生產力的衡量以及孤立的程度的衡量。

實質生產力必須直接衡量。從加成或收入推論生產力是不足夠的，因為如同理論所預測的，加成和收入本身視產品空間或地理空間的遠離程度而定。若投入和產出資料可用，我們可建構總要素生產力的衡量，而這和空間的孤立無關。

測試這個預測同樣要求衡量廠商在地理空間上的距離（在同質產品產業）或產品在產品特徵空間上的距離（在異質產品產業）。如何將這個孤立的結果延伸到二維或更多的水平維度是不太明顯的。在圓周上衡量孤立是很直接的，當  $n \geq 3$ ，每一個廠商  $i$  剛好有二個鄰居  $i-1$  和  $i+1$ 。兩個衡量廠商  $i$  的孤立程度方法是 (i)  $d_{i-1,i} + d_{i,i+1}$  及 (ii) 若所有廠商定相同價格時，廠商  $i$  的市場份額。在多維度空間衡量孤立程度較為困難有兩個理由。第一，必須先決定  $i$  的鄰居的廠商集合；第二，給定  $i$  的鄰居集合，如何衡量  $i$  的孤立程度並不太明顯。

一個衡量孤立且具有吸引力的方法是當所有廠商定相同的價格時，每一個廠商的市場的規模。這是衡量孤立的一個價格獨立的方法，可處理上述二個議題的任一種。它選擇了廠商  $i$  的鄰居集合。這些廠商共享共同的市場邊界， $i$  的鄰居是那些若  $i$  增加（降低）其價格（從共同價格）可從  $i$  獲得（失去）消費者的廠商。給定  $i$  的鄰居，它同時提供衡量孤立的一個自然的方式。這種衡量是一個  $i$  和任一個鄰居間的平均距離，由  $i$  和每一個鄰居的共同的邊界的相對大小所加權。

很清楚地，有其他更結構性衡量孤立的方法可以建立。這些衡量將視結構設定而定，雖然不再是上述仰賴共同價格假設的價格獨立衡量方法。增加結構的一個好處是這提供了個體基礎來支持孤立程度的衡量。

另一個將理論搬到資料所會遭遇的議題是必須允許跨市場有不同的需求密度。Syverson (2004) 提出一個選擇模型，在於密度較高的市場與更高生產力的廠商有相關。在較密集的市場有更多的廠商加入，使得消費者可以很容易地用高生產力廠商取代那些低生產力的廠商。這導致高成本廠商離開高密度市場。他用美國預拌混凝土產業的美國資料來驗證模型，而且發現支持他的預測。Syverson 的結果建議高密度市場傾向有更多的廠商及更有生產力的廠商。這是一個跨市場的預測 – 跨市場，更有生產力的廠商比那些低生產力廠商較不孤立 – 這移到我的市場內結果的對立面 – 在一個市場內，愈有生產力的廠商比低生產力的廠商更加孤

立。

將本文的二階段賽局延伸至包含一個起始參進階段如同在 Hopenhayn (1992) 和 Syverson (2004) 的精神，是處理這個議題的一種相對直接的練習。這種延伸驗證了在回歸孤立對生產力時控制需求密度的合理性。每一個市場  $\rho$  都由一個需求密度  $L(\rho)$  所刻劃。在每一個市場有一個有順序的潛在參進者：1, 2, 3  $\dots$  的大集合。第一個階段是一個依序進入階段。第二和第三階段即為本文二階段賽局所討論的區位和價格階段。在依序進入階段，潛在進入者 1 首先移動。她選擇進入或是不進入。若她選擇進入，她付出一個固定成本  $f_e > 0$  來從一個分配  $G(k)$  中抽出她的邊際成本。抽出她的成本  $k_i$  之後，她選擇退出或生產。若她選擇生產，她付出另一項固定成本  $f_p > 0$  且移動到接下來的區位階段。若她退出，她的賽局結束。所有潛在進入者 2, 3,  $\dots$  都觀察到第一位進入者的成本抽取及行動。然後第二位潛在進入者選擇是否進入等等。在所有參賽者均玩過第一階段，幾個選擇生產的廠商的集合移動到區位階段。

空間競爭模型已經測試過的產業包括預拌混凝土 (Syverson 2004; Collard-Wexler 2006), 電影院 (Davis 2006), 汽車旅館 (Mazzeo 2002), 錄影帶零售 (Seim 2006), 加油站 (Houde 2006), 及眼鏡零售 (Watson 2004)。

## IV. Horizontal and Vertical Differentiation

在本節中我放寬所有差異均為水平的假設，並將模型納入水平及垂直差異。假定其他情況不變，若所有消費者對財貨有相同的偏好排序時，則稱這些財貨是垂直差異化的。例如，在相同的價格下，所有消費者均偏好高品質的物品。若消費者無法對財貨有一致的主觀排序時，則財貨是有水平差異的，在其他情況不變下。在下面，我允許一維度的水平差異及一維度的垂直差異。然而，本模型可以輕易地修改成任意多維度的垂直產品差異化。

Consumers. – 一位位在  $z$  的消費者向廠商  $i$  購買一單位的產品可獲得效用

$$u(z, i) = v - 1 + q_i^\gamma - p_i - tD(z, i),$$

其中， $q_i$  是廠商  $i$  產品的品質，且  $\gamma \in [0, 1)$ 。上述的偏好將宿寄在沒有垂直差異化的模型。在特殊的情況，當消費者對品質沒有評予任何價值時  $\gamma = 0$ ，則效用函數和前面的模型的效用函數相同。根據這個效用函數，給定一個消費者  $z$ ，在一個有限生產者  $N$  的市場，向廠商

$i \in N$  購買一單位的產品若

$$i = \arg \min_{j \in N} \{p_j + tD(z, j) - q_j^\gamma\} \quad \text{and}$$

$$p_i + tD(z, i) - q_i^\gamma \leq v - 1. \quad (13)$$

若一個消費者購買一單位的產品，她會向區位及品質調整價格最低的廠商購買。我此後假定評價  $v$  是足夠高的以致市場上所有的消費者在均衡時都購買一單位的產品。

在 (13) 式中隱含三個重要的假設。第一，所有消費者對品質有相同的邊際願付價格，存在與特徵化的結果並不是實質上和此假設有關係。我可以在消費者的異質性上在 (13) 式對品質的願付價格上乘上一個消費者限定的參數  $\theta \in [\theta_L, \theta_H]$ 。如果這些差異不是太大 ( $\theta_L + \varepsilon > \theta_H$ ，對於一個足夠小的  $\varepsilon$ ) 的話，且若  $\theta$  在水平維度上的每一點的分配均相同，則品質方面的結果將會保持不變。第二，效用在這兩個差異的維度是可相加的。這在允許兩個維度的差異化可以被區分的差異化的文獻中是標準的 (例如 Neven and Thisse 1990; Anderson et al. 1992)。最後，效用對品質展現邊際報酬遞減。這個假設和下面假設品質的生產具有固定規模報酬的假設的組合是相似於另一組標準的假設：品質的邊際效用是固定的，且對品質的生產具有規模報酬遞減。

Firms. – 每個廠商  $i$  被刻劃成二個成本參數  $k_i$  和  $c_i$ 。如同前面， $k_i$  是代表生產一單位零品質產品的邊際成本。參數  $c_i$  代表在每一單位產出生產一單位品質的邊際成本。一個成本函數向量為  $(k_i, c_i)$  的廠商，選擇  $q_i$  的品質水準有一個固定的生產成本  $k_i + c_i q_i$ 。

The game. – 除了在第一階段廠商同時選擇區位和品質，同時有水平與垂直差異的賽局和只有水平差異的賽局相同。我在 Appendix B 對比賽局提供一個完整的說明。

Market share and profit. – 考慮在一組鄰居之間存在一個無差異消費者的價格向量  $\mathbf{p}$ 。很直接地可以證明

$$x_i = \frac{1}{2t} [p_{i+1} + p_{i-1} - 2p_i + t(d_{i,i+1} + d_{i-1,i}) - q_{i+1}^\gamma - q_{i-1}^\gamma + 2q_i^\gamma],$$

$$\pi_i = Lx_i [p_i - (k_i + c_i q_i)] - L\tau (x_{i,i-1}^2 + x_{i,i+1}^2).$$

Results. – 從只有水平差異賽局而來的基本直覺，在廠商可同時從事水平與垂直差異時仍然不變。下面我針對廠商同時做水平與垂直差異化，提供從 Proposition 1 和 Proposition 2 一般化之後而得的二個命題。

**Proposition 3.** 對任何參數集合  $\theta \equiv (n, t, \tau, L)$ ， $k \geq 0$  及  $c > 0$ ，存在一個  $\phi(\theta, k, c) > 0$  及  $\varphi(\theta, k, c) > 0$  使得若  $k_i \times c_i \in [k, k + \phi(\theta, k)] \times [c, c + \varphi(\theta, k, c)]$ ，對所有  $i$ ，則存在一個非空集合  $O^* \subseteq \Omega^{n'}$  使得  $\omega \in O^*$  是一個 SPNE。 $O^*$  集合有下列性質：

1. 對所有  $\omega \in O^*$ , 在均衡路徑上之策略皆是純粹的。
2. 對任何一個圍繞圓形市場的廠商順序都存在一個對應的  $\omega \in O^*$ 。
3. 每一組鄰居之間的距離, 廠商  $i$  和  $i+1$ , 是

$$d_{i,i+1}^* = \frac{1}{n} + \frac{2}{3t+2\tau} \left( \frac{\chi_i + \chi_{i+1}}{2} - \bar{\chi} \right), \quad (14)$$

及廠商  $i$  的價格, 品質, 市場份額和利潤為

$$\begin{aligned} p_i^* &= (t + \tau) \left( \frac{1}{n} - \frac{2}{3t + 2\tau} \bar{\chi} \right) \\ &\quad + \frac{1}{3t + 2\tau} \left\{ [2(t + \tau) + t\gamma] \left( \frac{\gamma}{c_i} \right)^{\gamma/(1-\gamma)} + tk_i \right\}, \\ q_i^* &= \left( \frac{\gamma^{1/(1-\gamma)}}{c_i} \right), \\ x_i^* &= \frac{1}{n} + \frac{2}{3t + 2\tau} (\chi_i - \bar{\chi}), \\ \phi_i^* &= Lt(x_i^*)^2, \end{aligned} \quad (15)$$

其中

$$\chi_i \equiv (1 - \gamma) \left( \frac{\gamma}{c_i} \right)^{\gamma/(1-\gamma)} - k_i, \quad \bar{\chi} \equiv \sum_{j=0}^{n-1} \chi_j.$$

**Proposition 4.** 假設  $\tau > 0$ , 若對所有  $i$ ,

$$k_i \times c_i \in [k, k + \phi(\theta, k)] \times [c, c + \varphi(\theta, k, c)]$$

則  $\omega$  是一個嚴格的 SPNE 若且唯若  $\omega \in O^*$ 。

如同在沒有垂直差異的模型, 存在一個 SPNE 的集合, 其中所有策略均純粹沿著均衡路徑且跨均衡地所有經濟相關的結果均相同。在這個均衡的集合中, 一個廠商的價格, 品質, 市場份額和利潤是獨立於其鄰居的生產力之外, 僅條件式的和在市場中廠商的集合有關。如同在 Proposition 1, 對於一個廠商的鄰居的生產力, 孤立的調整用來補償該廠商。這關鍵的差別是在於生產力現在是取個成本組合的函數。項目  $\chi_i$  是一個廠商  $i$  的生產力的衡量指標:  $\chi_i$  隨  $k_i$  嚴格遞減, 隨  $c_i$  弱性遞減, 對所有  $\gamma > 0$  隨  $c_i$  嚴格遞減。等生產力線在  $(k, c)$  空間是凸向原點的。

孤立, 市場份額, 和利潤只有藉由  $\chi_i$  才會和  $k_i, c_i$  有關。然而, 價格和品質直接地和  $k_i$  和  $c_i$  有關。一個廠商對品質的選擇只有透過  $c_i$  才會和它的成本函數的向量有關: 它的品質

是對所有  $\gamma > 0$  嚴格地隨  $c$  遞減。考慮二個廠商  $i$  和  $j$ , 其中  $c_i < c_j$  且  $k_i = k_j$  且假設  $\gamma > 0$ 。廠商  $i$  是較具生產力的廠商。廠商  $i$  選擇一個比  $j$  更高的品質。最後,  $i$  選擇對其產品投資足夠多的品質使的  $p_i > p_j$ 。亦即, 雖然廠商  $i$  比廠商  $j$  更具生產力, 但廠商  $i$  定一個較高的價格。

注意  $q_i^*$  是目標函數  $\{c_i q_i - q_i^\gamma\}$  的  $\arg \min$ 。這是從二維差異在偏好上是可相加的分隔的事實而來。這同時展現上面提到過的事實, 及在品質的邊際效用是固定的且品質的邊際成本是遞增的可得到相同的結果。最後, 這突顯一個事實, 就是品質不像水平的區位, 在此設定中不是一個特別的策略變數。若品質是零成本的且廠商  $i$  可生產外生品質  $q_i$  的產品, 則許多品質的結果將不會改變。這建議了本模型可以採用來包含生產品質時有遞增的固定成本, 這在文獻上是另一個標準的假設。

## V. Concluding

在本文中, 我求解一個架構, 其中異質廠商內生地彼此水平差異化他們自己, 包括在產品特徵或地理空間, 且垂直差異化他們自己, 如品質空間。第一個中心結果是當區位是內生時, 一個廠商的價格, 市場份額, 和利潤會受到一個競爭者的邊際成本的影響, 只能藉由其邊際成本對市場上的平均成本的衝擊而來。這隱含當重新移動區位是零成本時, 一個廠商邊際成本的降低對第二家廠商的利潤的衝擊, 獨立於兩廠商的接近程度。這個結果的直覺是明顯的。每一個廠商都有誘因位於其市場的中央以便可以極小化其運輸成本。當每一個廠商做最適定價且位於其市場份額的中央, 座落在每一組相鄰廠商中間的無差異消費者會面對相同的區位調整價格, 這隱含, 給定在市場中廠商的集合, 每一個廠商的利潤是獨立於其鄰居的生產力。

本文第二個中心結果是兩個直接競爭者的產品之間的距離是嚴格地隨著他們的平均生產力而遞增: 假定其他情況不變, 愈有生產力廠商愈是孤立。這隱含低成本廠商有較大的市場力量, 是因為他們的競爭者提供相對差的替代品。因此, 內生區位提供一個全新機制來將生產力和市場份額及利潤做連結。

這個結果提供經濟與政策現象的一些直覺。在產品空間上不被孤立, 相似於位在產品空間的較不密集的區域, 這幫助我們解釋為何無效率廠商通常在較大的市場中聚焦於小的利基市場。此外, 本模型可以被視為在政治科學中的 Hotelling-Downs 模型的一個版本。在這種情況, 孤立的結果有其有趣的政治意涵。假設基於歷史原因, 無論其現在的政策立場, 有些政黨就是比其他政黨有更多的支持。前面愈高生產力廠商愈孤立的結果建議了更強的政黨在政策空間上會比其他較不競爭政黨更為孤立。

雖然本模型產生易處理的均衡路徑之結果，但我已設下好幾個限制，其中三個特別重要。我假定需求是均勻地分布在空間上，我限制了廠商間不對稱的程度，以及我只考慮單維度的水平差異化。在一個稍有不同的模型 (Vogel, 2007)，我整合一個邊際成本的任意分配。將本模型延伸並包括變動的需求密度及多維度的水平差異對未來的研究而言是一個重要的工作。

講者： 賴孚權      單位： 中央研究院人文社會科學研究中心研究員  
打字： 張本華      檔案名稱： 20140212\_Vogel2008\_JPE.ctx  
完稿日期： 2014.8.13