Managerial And Decision Economics, 2005, 26(5), pp. 345-350. 2006.08.03

Notes on

"Stackelberg Leadership with Demand Uncertainty"

by Zhiyong Liu

一、簡介

過去我們在個體經濟學課程中曾經學過標準的 Stackelberg Model, 其假設分別爲: (1) 完全訊息; (2) 行動次序爲外生給定: Leader 在考慮 follower 的反應函數後, 先決定其欲生產的產量; 然後 follower 在觀察到 leader 的產量後再決定其產量; (3) 產品爲替代品; (4) 兩廠商之反應函數爲負斜率。於上述設定下, leader 享有 first-mover advantage (先行者優勢) 也因此兩廠商都希望當 leader (當 leader 的好處總是不少於當 follower) 。但是在現實狀況下, 先行者必定有優勢嗎? 答案似乎是不一定的, 有成功例也有失敗例。本文即在探究其背後的經濟理由, 並就「不確定性」的角度加以切入, 利用簡單的模型設定來分析。

二、模型

本文使用的模型假設如下:

A1: 市場之反需求函數爲 $P = a - Q = a - q_1 - q_2$

A2: 產品爲同質商品

A3: 兩廠商之生產邊際成本相等, 且令其等於 0

A4: 廠商決定產量之次序爲外生給定, 且**訊息不對稱**。而且假設一旦 leader 決定產量後, 即不能再更改 (i.e. credible announcement) 。

即此處假設: 廠商 1 爲 leader：對 a 之值不確定, 但知道 a 之分配;

廠商 2 爲 follower：知道 a 之值也知其分配。

A5: a 之分配爲 common knowledge , $a \sim$ Uniform (a_0, a_1) , 機率密度函數 (probability density function) 爲 $f(a) = (a_1 - a_0)^{-1}$

求解上述模型, 利用回溯法 (backward induction) 求出最後的均衡。

首先解廠商 2 的問題:

$$\max_{\{q_2\}} \ \pi_2 = Pq_2 = (a - q_1 - q_2) \cdot q_2 \qquad \longleftarrow \text{對廠商 2 而言, } a \text{ 爲已知。}$$

$$\text{F.O.C. :} \quad \frac{\partial \pi_2}{\partial q_2} = 0$$

$$\Longrightarrow \quad q_2^* = \begin{cases} \dfrac{a-q_1}{2} & \text{, if } a > q_1 \\ 0 & \text{, if } a \leq q_1 \end{cases}$$

$$\Longrightarrow \quad P = \begin{cases} \dfrac{a-q_1}{2} & \text{, if } a > q_1 \\ \leq 0 & \text{, if } a \leq q_1 \end{cases}$$

再來, 對廠商 1 而言, 她把廠商 2 的反應函數納入考慮, 求解以下極大化問題。

$$\max_{\{q_1\}} \; E(\pi_1) = \int_{a_0}^{a_1} P q_1 f(a) da = \int_{a_0}^{q_1} (a-q_1) q_1 f(a) da + \int_{q_1}^{a_1} (a - q_1 - q_2) q_1 f(a) da$$
$$= \frac{-q_1(q_1^2 + 2a_0^2 - 4a_0 q_1 - a_1^2 + 2a_1 q_1)}{4(a_1 - a_0)}$$

此處對 π_1 取期望值的原因是, 廠商 1 在做決策時並不知 a 之實際值究竟如何, 因此她必須藉由計算期望值的方式來加以估計。

$$\text{F.O.C. :} \quad \frac{\partial E(\pi_1)}{\partial q_1} = 0$$

$$\Longrightarrow \quad q_1^* = \frac{4a_0 - 2a_1 + \sqrt{10a_0^2 - 16a_0 a_1 + 7a_1^2}}{3} \qquad \text{(此處僅取正號, 因負不合)}$$

$$\Longrightarrow \quad q_2^*(a) = \max\left(\frac{a - q_1^*}{2}, 0\right) = \max\left(\frac{3a - 4a_0 + 2a_1 - \sqrt{10a_0^2 - 16a_0 a_1 + 7a_1^2}}{6}, 0\right)$$

<u>Comment</u>: 這裡有一個瑕疵, 就是作者並沒有清楚交代 S.O.C. 的問題。作者僅在文章最後的

> Note 3 註明上述解出的 q_1^* 符合 S.O.C. 。但實際計算發現, 在判斷 S.O.C. 之正負時, 其值和 (a_0, a_1) 有關, 但這裡缺乏假設 $\Rightarrow$ 如何判斷?

若暫時拋開上述的疑問, 則由 q_1^*、$q_2^*(a)$ 兩式可得下列 Proposition 。

<u>Proposition</u>:

令 $\Delta \equiv 4a_0 - 2a_1 + \sqrt{10a_0^2 - 16a_0 a_1 + 7a_1^2}$, 則此模型之均衡可表爲:

(i) If $a \leq \dfrac{\Delta}{3}$, then $q_1^* = \dfrac{\Delta}{3} > 0$, $q_2^* = \pi_2^* = 0$, $\pi_1^* = (a - q_1^*) q_1^* \leq 0$.

(ii) If $a > \dfrac{\Delta}{3}$, then $q_1^* = \dfrac{\Delta}{3} > 0$, $q_2^*(a) = P^*(a) = \dfrac{3a - \Delta}{6} > 0$, $\pi_1^* = P^*(a) q_1^* > 0$, $\pi_2^* = P^*(a) q_2^*(a) > 0$.

(Proposition 尚有內容...)

(ii-A) If $\dfrac{\Delta}{3} < a \leq \Delta$, then $q_1^* \geq q_2^*$, $\pi_1^* \geq \pi_2^*$.

(**表示廠商** 1 **享有** first-mover advantage)

(ii-B) If $a > \Delta$, then $q_1^* < q_2^*$, $\pi_1^* < \pi_2^*$.

(**表示廠商** 2 **享有** second-mover advantage **或** information advantage)

以下說明上述 Proposition 其背後的經濟直覺:

在 (i) 的情況下, 可以設想廠商 1 爲一創新者, 要把新產品引入市場, 但是對此產品之眞實市場需求太低, 且消費者之願付價格較廠商之邊際生產成本都還要低, 此時廠商 1 雖然技術上沒有問題, 但是由於市場需求太過疲軟, 而遭受直接損失。

就這整個 Proposition 來說, 在「單方面」的不確定性下 (指廠商 1 不知市場需求, 但廠商 2 可以觀察得知市場需求) , 唯有當眞實之市場需求落在某一中間區塊時, 廠商 1 才可維持其先行者優勢; 在市場需求之狀態非常高或非常低時, 廠商 2 享有 second-mover advantage , 因爲他可以藉由觀察到眞實市場需求後, 再決定其最佳的產量。

Note:

當 uncertainty 在某一範圍之內 $\Longrightarrow$ 仍有 first-mover advantage 。

因爲 $a \sim \text{Uniform}(a_0, a_1)$, 故可計算 a 的變異數。i.e. $Var(a) = \dfrac{(a_1 - a_0)^2}{12}$

由此我們很容易看出, 當 $(a_1 - a_0)$ 擴大時 (市場需求的不確定增加) , $Var(a)$ 也跟著上升。

$\Longrightarrow$ 此時有 second-mover advantage 。若未限定廠商 1 , 2 行動的次序, 那麼他們最好的策略就是「等待」, 讓對手先行動。

三、內生化行動次序

假設現在廠商 1 可以決定當 leader 或等到第 2 期再和廠商 2 從事 Cournot 數量競爭:

$$\begin{cases} \text{當 leader 的預期利潤爲 } E(\pi_1) \\ \text{Cournot 競爭下的預期利潤爲 } E(\widetilde{\pi_1}) \end{cases}$$

則廠商 1 會選擇當 leader 的情況爲: $E(\pi_1) > E(\widetilde{\pi_1})$

例: 若假設 $a_0 = 1$, $a_1 = 2$ (uncertainty 小) ,

令 $d\pi(a_0, a_1) = E(\pi_1) - E(\widetilde{\pi_1})$, 以 $a_0 = 1$, $a_1 = 2$ 代入可得 $d\pi(a_0, a_1) > 0$

這時候雖然廠商 1 可以內生決定當 leader 或到第 2 期才進入從事 Cournot 數量競爭, 但其最適策略仍是當 leader (first-mover advantage > information advantage) 。

Note:

廠商於此, 面對一個 trade-off 的問題:
他可以事先宣告產量當 leader , 因而享有 first-mover advantage , 但此舉會喪失下期調整產量之彈性 (須面對需求不確定之風險) ; 或者選擇等到第 2 期市場需求已知後再進入市場, 此舉可以保有調整產量之彈性, 但也喪失了 first-mover advantage 。

四、結論

本文所要表達的主要概念相當直覺:
於存在不確定性之假設下, 影響是否具有 first-mover advantage 的最主要因素即爲市場需求不確定性之大小。當不確定性較大時, 先進入市場的廠商其實就像白老鼠 (實驗品) , 容易遭受失敗的風險; 反之, 當不確定性較小的情況時, 市場需求可以較精準地被估計, 和預期需求及利潤不會差太多, 因此 leader 會享有 first-mover advantage 。

五、延伸

由於本文模型之假設十分簡單, 可以藉由放寬假設來作進一步的研究, 如以下幾點所陳述。

1. 當 a 爲其他分配時, 其結果是否相同?
2. 廠商的邊際成本不同且不爲零時, 結果將如何?
3. 由同質產品 (perfect substitutes) $\longrightarrow$ 異質產品 $\Longrightarrow$ i.e. 如果有品質競爭的話?
4. 考慮創新、研發新產品成功可享有專利權的保護
   $\Longrightarrow$ 具有獨占力
   $\Longrightarrow$ 廠商當 leader 的誘因可能上升

主 講 人: 林瑞益
單　　位: 華梵大學工業工程與經營資訊學系
檔案名稱: stackelberg_leadership_demand_uncertainty_(Liu2005)_20060803.ctx
完稿日期: September 27, 2010